中美科技竞争与信息通信产业链安全研究——来自生产网络的视角

王彬　贺金玲　王航*

(暨南大学经济学院，广东广州 510630)

摘要：二十大报告进一步强调了产业链安全问题。在中美竞争背景下，中国 ICT（信息通信技术）产业链供应链存在明显的卡脖子问题。本文构建了一个多部门的生产网络一般均衡模型，刻画了 ICT 产业生产率冲击的宏观传导效应，并在 ICT 产业低的替代弹性的条件下分析针对 ICT 产业的外生技术冲击对宏观经济的一阶效应和二阶效应，从理论上定义了产业链安全水平。研究发现，ICT 产业受到的负向生产率冲击的宏观影响被放大，正向生产率冲击的宏观影响被削弱，导致针对 ICT 产业的制裁和补贴的影响不对等。其次，本文使用投入产出数据对 ICT 产业生产率冲击的宏观传导进行模拟。模拟结果显示，针对 ICT 产业 1% 的生产率冲击会带来 0.21% 的宏观影响。ICT 产业在生产网络中位于关键位置，生产率冲击产生了非线性的二阶效应，导致负向冲击被放大了 14.37%，正向冲击被削弱了 14.37%。进一步研究发现，2017 年以来中国的 ICT 产业链安全水平并未显著提高，且相比于其他国家，中国和中国台湾地区的 ICT 产业链安全水平最低。本文认为 ICT 产业链安全对宏观经济稳定至关重要，且针对 ICT 产业制裁的影响将被放大，而补贴的影响将被削弱。本文的发现可以加深对卡脖子问题的理解，并提出有针对性的政策建议。

关键词: 生产网络;ICT; 替代弹性; 二阶效应

JEL 分类号：E23，L16，L52　文献标识码:A

1　引言

面对百年未有之大变局，党的二十大报告明确指出要加快发展数字经济，并多次强调产业链供应链安全问题。党中央高度重视信息通信技术（ICT）产业，相继出台了新基建等政策大力支持，并成立了国家数据局[1]，将数据要素和数字基础设施列为“两大基础”[2]。数字经济是中国经济增长的重要支撑（蔡跃洲和牛新星，2021）。ICT 产业作为数字经济的基础，对产业数字化提供必要的算力、算法和数据服务支持，在其中发挥着重要作用（蔡跃洲和张钧南, 2015）。同时，ICT 产业也能产生溢出效应，提高其他要素的生产率，并促使传统产业升级和提高企业绩效（陈晓红等，2022），和数据要素也有密切联系（徐翔和赵墨非，2020）。因此，ICT 产业在整个数字经济中具有难以替代的重要地位。

然而，我国 ICT 产业链供应链存在明显的“卡脖子问题”，对外依存度较高，尤其表现在芯片设计和制作的核心关键环节（盛朝迅，2021）。自 2018 年美国对华实施贸易制裁以来，手段和策略逐渐升级，由加征关税转向对关键产业链供应链的战略霸凌，本质是为了达到在科创领域压制中国、主导全球产业分工、维护其全球

*作者简介: 王彬，经济学博士，暨南大学经济学院副教授，Email:binwang@jnu.edu.cn.
贺金玲, 暨南大学经济学院硕士研究生,Email:LingGabay@stu2022.jnu.edu.cn.
王航（通讯作者），暨南大学经济学院硕士研究生, Email:cdwh2017@163.com.

[1] 3 月 5 日，国务院总理李克强在政府工作报告中表示，“大力发展数字经济，提升常态化监管水平，支持平台经济发展。”同时，政府工作报告中指出“科技政策要聚焦自立自强。完善新型举国体制，发挥好政府在关键核心技术攻关中的组织作用”。3 月 7 日，国家数据局正式组建。

[2] 2023 年 2 月 27 日，中共中央、国务院发布《数字中国建设整体布局规划》（以下简称《规划》）。《规划》指出，要夯实数字中国建设基础，一是打通数字基础设施大动脉，加快 5G 网络等系统的建设，并系统优化算力基础设施布局；二是畅通数据资源大循环，构建国家数据管理体制机制，健全各级数据统筹管理机构，推动公共数据汇聚利用，加快建立数据产权制度。

领先地位的目标（张其仔和许明，2022）。ICT 产业作为数字经济的基础，正在加速成为新的国民经济支柱，并成为中美科技竞争的核心。自中兴事件以来，美国对我国 ICT 产业实施多次强力打压[3]，并实施了《芯片法案》等一系列政策[4]。这造成了我国严重的产业链安全问题，因而针对我国 ICT 产业的冲击将对整个宏观经济产生深远影响。维护 ICT 产业链供应链安全稳定是国家安全的重要组成部分，也是构建新发展格局的必然要求（盛朝迅，2021）。因此，厘清针对 ICT 产业的外部冲击对整个产业链的传导机制是深入理解我国产业链供应链韧性以及安全问题和发展数字经济的关键。

根据 Acemoglu et al.（2012），当产业处于生产网络的关键位置时，该产业受到的冲击将通过投入产出关系传导到宏观层面，形成加总的宏观经济冲击。我国 ICT 产业短期内难以突破核心关键技术，这意味着 ICT 产业替代弹性较低。如图 1 所示，我们使用 Gephi 软件对中国的投入产出数据进行了分析，结果表明 ICT 产业在中国的产业链中占据重要位置。基于此，本文构建了一个多部门的生产网络一般均衡模型，并在 ICT 部门低的替代弹性的条件下分析针对 ICT 产业的外生技术冲击对宏观经济的一阶效应和二阶效应，并从理论上定义产业链供应链韧性和安全水平。其次，本文使用中国的投入产出数据进行数值模拟。模拟结果显示，中国 ICT 产业的产品和其他中间投入的替代弹性小于 1 时二阶效应小于 0。针对 ICT 产业 1% 的冲击会带来 0.21% 的宏观影响。在考虑了产业结构的情况下，外部技术冲击产生了非线性的二阶效应，导致负向冲击被放大了 14.37%，正向冲击被削弱了 14.37%。

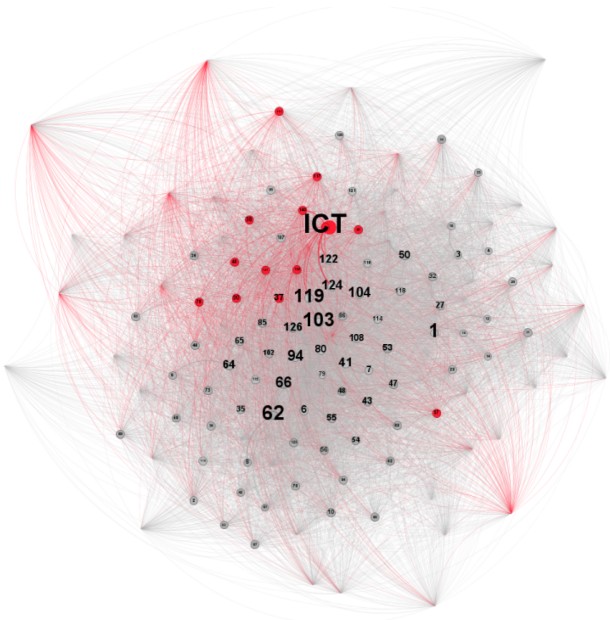


图 1: 由 Gephi 软件绘制。数据来源为中国国家统计局 2020 年 147 部门竞争投入产出表，根据《国民经济行业分类（GB/T 4754-2017）》划分的 ICT 产业加总得到。（1）每个节点代表一个产业，连线代表投入产出关联，连线的粗细表示权重的大小（连出度）。ICT 产业和其他产业的连线较厚而且广泛，是多个重要产业的上游。（2）计算了每个产业节点的特征向量中心度（Eigenvector Centrality），用于衡量节点在网络中的重要性和影响力，并据此调整节点大小。结果显示，ICT 产业的中心度较高。（3）使用 Modularity 算法对产业进行社群划分为 11 个聚类，以初步判断与 ICT 产业关联度较高的产业在经济中的份额。用红色表示与 ICT 产业关联紧密的聚类，其余聚类用灰色表示。结果显示 ICT 产业聚类对整个经济产生了广泛的影响。稳健性检验中调整了参数，划分产业为 6 个或 22 个聚类，结论类似。

2 文献综述和本文贡献

本文主要和三脉文献相关：（1）产业链供应链韧性和安全的研究。第一，从产业链供应链韧性的角度看，供应链安全是产业链安全和国家安全的重要保障（李天健和赵学军，2022）。相关研究对供应链韧性进行了测算

[3]2016 年 3 月到 2018 年 4 月，美国对中兴通讯多次采取贸易制裁和巨额罚款措施。并且，中兴和华为分别于 2018 年 4 月和 2019 年 5 月被列入实体清单。实体清单（《Entity List Rule》）是指被美国政府认定为对美国国家安全或外交政策构成威胁的外国公司或个人的名单，禁止美国公司向其出售技术和产品、禁止美国公司与其进行商业往来（详见美国商务部网站：https://www.bis.doc.gov/）。

[4]《CHIPS and Science Act》是美国政府为了加强芯片产业的发展和创新而制定的一项法案，将提供 2780 亿美元的资金加强美国芯片产业的自主研发能力和核心竞争力。《H.R.9039 - No Chips for China Act》是美国政府为了限制中国芯片产业的发展而制定的一项法案。该法案将禁止向中国出口芯片，限制中国芯片产业的发展和创新。（详见美国国会图书馆网站：https://www.congress.gov/）

（樊雪梅和卢梦媛，2020；吕越和邓利静，2023），也有研究从数字化的角度进行深入探讨（张树山等，2021）；第二，从产业链供应链安全的角度看，中美竞争对产业链供应链安全的影响主要体现在核心关键环节（盛朝迅，2021；张杰和陈容，2022）。相关研究通过多个角度测算了其影响，例如对中美福利的测算（倪红福，2022；樊海潮等，2020）、对创新的影响（杨飞，2021）、对产业的影响（郭晴，2020；崔晓敏等，2022）。张志明和杜明威（2018）发现中美制裁的效果不对等；第三，从全球价值链及其重构角度看，全球产业链、供应链和价值链正在因中美科技竞争、新冠疫情等因素而加速调整和重构（倪红福和田野，2021；赵瑞娜和倪红福，2020）。寇宗来和孙瑞（2023）认为芯片断供将改变国内厂商创新激励，加速重构 ICT 产业链。

（2）关于 ICT 产业的经济影响的研究。第一，从经济增长的角度看，大量研究论证了 ICT 产业对经济增长的促进作用（Jorgenson,2001；Shiu and Lam,2008; 蔡跃洲和张钧南, 2015;Cardona et al.,2013），并发现 ICT 产业能产生溢出效应，提高其他要素的生产率（Brynjolfsson and Hitt, 2000;Jorgenson et al.,2008;Liao et al., 2016），并促使传统产业升级和提高企业绩效（Benitez et al., 2018;Li et al.,2022）。也有研究探讨了 ICT 基础设施建设在促进经济增长和企业投资的促进作用（郭美晨和杜传忠，2019；许启凡等，2022；Niebel，2018）。第二，从经济结构的角度看，ICT 产业对各种生产要素的使用均存在明显影响。已有研究发现 ICT 产业对能源使用规模和结构存在明显影响（Ren et al.,2021；Zhong et al.,2022）。也有研究发现 ICT 产业对传统资本产生替代（蔡跃洲和陈楠，2019）。另外，ICT 产业对劳动要素也存在影响（郭凯明，2019），例如对中等技能劳动力高度替代（Yeo et al.,2023），但和高技能劳动力明显互补（Michaels et al.,2014）。另外，ICT 资本也会影响数据要素（徐翔和赵墨非，2020）。

（3）生产网络对宏观经济的影响的研究。多部门实际周期模型开始于 Long and Plosser（1983）,Gabaix（2011）以及 Acemoglu et al.（2012）发现当企业或者产业的分布存在厚尾时，微观冲击将具有宏观影响，尤其是大企业或者产业的波动会产生"颗粒效应"。在此基础上，一系列文献如 Atalay (2017)、Miranda-Pinto(2018)、Chaney (2018) 等使用生产网络方法分析了经济中的各个部门对整体经济波动的贡献。Liu（2019）认为针对上游企业的补贴将对宏观经济产生重要影响。另外，Baquaee and Farhi（2019）认为，企业间的互补替代弹性不为 1 时，外生冲击将产生非线性影响。

已有研究从不同方面探讨了中美竞争和全球价值链重构，但目前尚缺乏对 ICT 产业链供应链韧性和安全的定量研究。相较于已有研究，本文可能的边际贡献如下：（1）本文建立了一个生产网络模型，刻画了 ICT 技术冲击的微观和宏观影响，丰富了 ICT 产业断供的理论。（2）已有关于 ICT 产业替代弹性的研究尚不充分，本文使用中国投入产出数据丰富了相关研究。（3）本文通过理论分析探讨了我国 ICT 产业链供应链安全问题，为深刻理解"卡脖子问题"提供了新颖的分析方式，有助于政策制定者更好地了解 ICT 产业链的脆弱性和潜在风险，并定量刻画断供和制裁对我国产业链韧性和安全的影响，为回答我国在关键核心领域加大攻关力度的问题提供了依据，具有强烈的政策含义和现实意义。

余下部分安排如下：第二节构建了一个生产网络模型；第三节测算了我国 ICT 产业的替代弹性；第四节为数值模拟；第五节为进一步分析和反事实分析；第六节为结论和政策启示。

3 理论模型

本文将整个生产系统划分为两类行业：ICT 行业和非 ICT 行业，构建了一个包含 2 类行业，$2N$ 个生产部门，1 种要素部门的竞争型生产网络一般均衡模型。并在 Baquaee and Farhi（2019）的基础上剖析部门技术冲击在整个生产网络中的传导机制，进而深入探究 ICT 行业对整个宏观经济的渗透作用。

3.1 模型设定

3.1.1 家庭

代表性家庭通过提供劳动获得工资报酬 WL ，并从企业中转移利润 Π^f。作为最终需求部门，代表性家庭选择最优数量的最终消费品 C 和提供劳动来实现自身效用最大化:

$$\max_{C,L} \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta} - \frac{\chi L^{1+1/\kappa}}{1+1/\kappa} \tag{3.1}$$

$$s.t.PC = WL + \pi^f \tag{3.2}$$

其中，代表性家庭的效用函数为相对风险规避系数不变 (CRRA) 的形式，包含消费效用和劳动效用。θ 为消费的相对风险规避程度；C 为对最终消费品的需求。L 为提供的劳动水平；χ 为劳动的边际效用，用于衡量劳动对代表性家庭福利的贡献；κ 为劳动的供应弹性。P 为最终消费品的价格；W 为工资；Π^f 为从企业转移的利润，由于生产函数的规模报酬不变假设，利润为 0。此处 W 和 Π^f 都是名义值。

在给定的价格水平下，代表性家庭在消费和劳动供应之间权衡，达到效用最大化的均衡状态。可以得到劳动供应和消费之间相对效用之比等于工资水平与最终消费品价格之比：

$$\chi \frac{L^{1/\kappa}}{C^{-\theta}} = \frac{W}{P} \tag{3.3}$$

3.1.2 最终消费品生产

为了简化分析，我们不妨将生产系统分为两类行业：信息与通信技术（ICT）行业 1 和非信息与通信技术（non-ICT）行业 2，简记为行业 $h = \{1, 2\}$，分别生产行业最终消费品 $Y(1)$ 和 $Y(2)$。最终消费品由两个行业生产的最终品作为要素投入，采用 C-D 生产技术得到:

$$Y = Y(1)^{\alpha} Y(2)^{1-\alpha} \tag{3.4}$$

其中，Y 为生产得到的最终消费品；α 为 ICT 行业最终品在生产最终消费品的投入份额。根据最终生产商追求利润最大化，设定 $P(h)$ 为行业 h 最终品价格指数，可以得到最终消费品生产中投入的 ICT 行业和非 ICT 行业最终品数量以及最终消费品的价格：

$$Y(1) = \alpha \frac{P}{P(1)} Y \tag{3.5}$$

$$Y(2) = (1-\alpha) \frac{P}{P(2)} Y \tag{3.6}$$

$$P = \left(\frac{P(1)}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{P(2)}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \tag{3.7}$$

3.1.3 行业

假设每个行业的生产企业集合为 $N_h = \{1, 2, ..., N\}$，N 为每个行业中生产企业的个数。每个行业生产的最终品由该行业中 N 个生产企业的产成品作为中间品投入，采用 C-D 生产技术进行生产：

$$Q(h) = \prod_{i=1}^{N_h} Q(h,i)^{\varepsilon_{hi}} \tag{3.8}$$

其中，$h = \{1, 2\}$ 分别代表 ICT 行业与非 ICT 行业，$Q(h,i)$ 为行业 h 中的生产企业 i 生产的产成品；ε_{hi} 为行业 h 中企业 i' 的产成品的投入份额。不失一般性，假设生产的规模效应不变，$\sum_{i=1}^{N_h} \varepsilon_{hi} = 1$。行业选择中间品投入，实现利润最大化目标。设定 $P(h,i)$ 为行业 h 中企业 i 的产成品的价格，可以得到各中间品投入和行业最终品价格的均衡条件：

$$Q(h,i) = \frac{\varepsilon_{hi} P(h)}{P(h,i)} Q(h) \tag{3.9}$$

$$P(h) = \prod_{i=1}^{N_h} \left(\frac{P(h,i)}{\varepsilon_{hi}} \right)^{\varepsilon_{hi}} \tag{3.10}$$

3.1.4 中间品生产

从生产过程来看，行业 h 中企业 i 生产的产成品 $Q(h,i)$ 一部分作为行业 h 最终品生产的投入要素，一部分作为中间品 $M(h,i,h')$ 生产的投入要素 $M(h,i,h',i')$。中间品生产使用的中间投入 $M(h,i,h',i')$ 来自于两个

行业，通过 C-D 生产技术进行生产：

$$M(h,i,h') = \prod_{i'=1}^{N_{h'}} M(h,i,h',i')^{\varepsilon'_{hi}} \tag{3.11}$$

其中 ε'_{hi} 为行业 h 中企业 i 的产成品的投入份额，$\sum_{i=1}^{N_h} \varepsilon'_{hi} = 1$。根据中间品生产的利润最大化，设定 $P(h',i')$ 为投入的中间品的价格，可以得到投入的各中间品数量和中间品价格指数分别为：

$$M(h,i,h',i') = \frac{\varepsilon'_{hi} P(h')}{P(h',i')} M(h,i,h') \tag{3.12}$$

$$P(h') = \prod_{i'=1}^{N_{h'}} \left(\frac{P(h',i')}{\varepsilon'_{hi}} \right)^{\varepsilon'_{hi}} \tag{3.13}$$

3.1.5 企业

在每个行业中，代表性企业 i 的生产函数均采用 CES 形式，且同时两个行业的劳动力和中间产品进行生产：

$$Q(h,i) = A(i)[\zeta_{h1} M(h,i,1)^{\frac{\sigma_Q - 1}{\sigma_Q}} + \zeta_{h2} M(h,i,2)^{\frac{\sigma_Q - 1}{\sigma_Q}} + \zeta_{hl} L(h,i)^{\frac{\sigma_Q - 1}{\sigma_Q}}]^{\frac{\sigma_Q}{\sigma_Q - 1}} \tag{3.14}$$

其中，$A(i)$ 为希克斯中性技术水平；$M(h,i,1)$ 表示企业 i 生产中投入的 ICT 行业生产的中间产品数量；$M(h,i,2)$ 表示投入非 ICT 行业的中间产品数量；$L(h,i)$ 为投入的行业 h 中企业 i 的劳动数量。ζ_{h1}、ζ_{h2} 和 ζ_{hl} 表示企业生产中使用的三种投入要素的权重，反映了对应的投入要素对产出的贡献程度，$\zeta_{h1} + \zeta_{h2} + \zeta_{hl} = 1$ 。σ_Q 是 ICT 中间产品和其他投入要素 (非 ICT 中间产品和劳动投入) 的替代弹性。

企业的最优化行为是追求利润最大化，我们将这个问题分为两部分求解：

1. 在给定生产要素和产量的条件下，企业选择劳动 $L(h,i)$ 和中间品 $M(h,i,h')$ 来最小化其生产成本。

$$\max_{L(h,i), M(h,i,h')} WL(h,i) + P(1')M(h,i,1) + P(2')M(h,i,2) \tag{3.15}$$

考虑完全竞争的市场结构，行业 h 的中间品的价格指数均为 $P(h')$。令 $MC(h,i)$ 为拉格朗日乘子，由包络定理可知，其表示企业的边际成本，且在行业 h 内各企业的边际成本都相同。根据企业成本最小化，可以得到企业的边际成本：

$$MC(h,i) = \frac{1}{\zeta_{hl}} WA(i)^{-\frac{\sigma_Q - 1}{\sigma_Q}} L(h,i)^{\frac{1}{\sigma_Q}} Q(h,i)^{-\frac{1}{\sigma_Q}} \tag{3.16}$$

同时，可以得到行业 h 对行业 h' 的中间品需求为：

$$M(h,i,h') = \zeta_{hh'}^{\sigma_Q} P(h')^{-\sigma_Q} MC(h',i)^{\sigma_Q} A(i)^{\sigma_Q - 1} Q(h',i) \tag{3.17}$$

2. 一旦企业确定了最低成本的生产方式，第二步就是选择最优的产成品价格 $P(h,i)$ 实现利润最大化：

$$\max_{P(h,i)} P(h,i)Q(h,i) - MC(h,i)Q(h,i) \tag{3.18}$$

$$\text{s.t.} Q(h,i) = \frac{\varepsilon_{hi} P(h)}{P(h,i)} Q(h) \tag{3.19}$$

求解得到最优的产成品价格为：

$$P(h,i) = \frac{\varepsilon_{hi} - 1}{\varepsilon_{hi}} MC(h,i) \tag{3.20}$$

于是，行业 h 中的企业 i 的产成品价格等于其边际成本之上的一个加成，即 $\mu_h = \frac{\varepsilon_{hi} - 1}{\varepsilon_{hi}}$, 故行业中的企业能够获得垄断利润。由于行业 h 中的企业 i 的边际成本相同，其产成品价格也均为 $P(h,i)$。

3.1.6 市场出清

最终消费品市场出清，即最终消费品等于最终品：

$$C = Y \tag{3.21}$$

行业最终产品市场出清，即行业 h 的产品一部分用于生产最终消费品，一部分为行业中间品：

$$Q(h) = Y(h) + \sum_{i=1}^{N_h} M(1, i, h) + \sum_{i=1}^{N_h} M(2, i, h) \tag{3.22}$$

其中，行业中间品由企业中间品进行生产：$M(h, i, h') = \prod_{i'=1}^{N'_h} M(h, i, h', i')^{\epsilon'_{hi}}$。

劳动力市场出清，劳动供给标准化为 1：

$$\sum_{i=1}^{N_1} L(1, i) + \sum_{i=1}^{N_2} L(2, i) = 1 \tag{3.23}$$

3.1.7 一般均衡

经济体的均衡由配置 $\{L, L(h, i), C, Y, Y(h), Q(h), Q(h, i), M(h, i, h'), M(h, i, h', i')\}$ 和价格系统 $\{W, P, P(h), P(h, i)\}$ 组成。给定价格系统，该配置使得家庭在给定预算约束下最大化其效用，生产者实现了利润最大化，且每种产品和要素市场出清。

$$\chi \frac{L^{1/\kappa}}{C^{-\theta}} = \frac{W}{P} \tag{3.24}$$

$$Y(1) = \frac{\alpha P}{Y} P(1) \tag{3.25}$$

$$Y(2) = \frac{(1-\alpha) P}{Y} P(2) \tag{3.26}$$

$$P = \left(\frac{P(1)}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{P(2)}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \tag{3.27}$$

$$Q(h, i) = \frac{\varepsilon_{hi} P(h)}{P(h, i)} Q(h) \tag{3.28}$$

$$P(h) = \prod_{i=1}^{N_h} \left(\frac{P(h, i)}{\varepsilon_{hi}}\right)^{\varepsilon_{hi}} \tag{3.29}$$

$$M(h, i, h', i') = \frac{\varepsilon_{h'i'} P(h')}{P(h', i')} M(h, i, h') \tag{3.30}$$

$$P(h') = \prod_{i'=1}^{N_{h'}} \left(\frac{P(h', i')}{\varepsilon_{h'i'}}\right)^{\varepsilon_{h'i'}} \tag{3.31}$$

$$MC(h, i) = \frac{1}{\zeta_{hl}} W A(i)^{-\frac{\sigma_Q - 1}{\sigma_Q}} L(h, i)^{\frac{1}{\sigma_Q}} Q(h, i)^{-\frac{1}{\sigma_Q}} \tag{3.32}$$

$$M(h, i, h') = \zeta_{hh'}^{\sigma_Q} P(h')^{-\sigma_Q} MC(h', i)^{\sigma_Q} A(i)^{\sigma_Q - 1} Q(h', i) \tag{3.33}$$

$$P(h, i) = \frac{\varepsilon_{hi} - 1}{\varepsilon_{hi}} MC(h, i) \tag{3.34}$$

3.2 投入产出结构及其概念

为了使模型更容易求解，我们需要介绍一些投入产出方法的符号、定义和相关处理技巧。下面我们在基期均衡下定义投入产出方法中的基于成本的直接消耗系数矩阵、Leontief 逆矩阵和多马份额（也称为多马权重）。这些概念和含义与 BF(2020)、倪红福 (2021) 基本相同，只是具体的数学符号有所差异。

3.2.1 直接消耗系数矩阵

基于成本的直接消耗系数矩阵是投入产出分析中的一种衡量经济部门之间相互依赖关系的矩阵。用于衡量各个经济部门在生产过程中对不同产出的成本需求。它表示每个经济部门为生产一单位产出所需的成本分配比例。为定义基于成本的直接消耗系数矩阵，我们需要把最终消费品、企业最终品、中间产品、企业最终品和行业最终品生产合并，为描述方便，均当做生产部门。基于成本的直接消耗系数矩阵 $\Omega_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)}$ 中的 i 行 j 列元素 Ω_{ij}:

$$\Omega_{ij} = \frac{p_i x_{ij}}{p_j y_j} \qquad i, j \in \{0, 1, 2, ..., 4N_1 + 4N_2 + 4\} \tag{3.35}$$

其中，Ω_{ij} 表示生产部门 i 对生产部门 j 的中间投入需求额占生产部门 i 总成本的比重。进一步，把外生固定的劳动要素增加到 $\Omega_{(4N_1+4N_2+5)\times(4N_1+4N_2+5)}$ 可得到新的 $\Omega_{(4N_1+4N_2+5+F)\times(4N_1+4N_2+5+F)}$。

3.2.2 Leontief 逆矩阵

里昂惕夫逆矩阵（Leontief Inverse Matrix）是投入产出分析中的一个重要概念。它是由投入产出系数矩阵（Input-Output Coefficient Matrix）计算得出的一个方阵，用于描述各个经济部门之间的相互依赖关系。根据经典投入产出模型的 Leontief 逆矩阵定义方法，本文定义基于成本的 Leontief 逆矩阵 ($\Psi_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)}$ 如下：

$$\Psi_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)} = (1 - \Omega_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)})^{-1} \tag{3.36}$$

若进一步包括外生固定供给要素部门，这样可以同一定义基于成本的扩充 Leontief 逆矩阵 $\Psi_{(4N_1+4N_2+4+F)\times(4N_1+4N_2+4+F)} = (1 - \Omega_{(4N_1+4N_2+4+F)\times(4N_1+4N_2+4+F)})^{-1}$，这里记 $\Psi_0 = \Psi_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)}, \Psi_1 = \Psi_{(4N_1+4N_2+4+F)\times(4N_1+4N_2+4+F)}$。根据经典投入产出模型理论，Leontief 逆矩阵中的元素衡量了经由生产网络结构渠道带来的完全影响。Leontief 逆矩阵中元素具有多种经济学含义解释：(1) 成本的拉动效应。元素 $(\Psi_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)})_{ij}$ 表示 i 部门成本减少 1 单位价值 (如 i 部门技术进步导致 i 部门成本降低)，引起 j 部门价格下降程度。从成本的角度看，这是一种成本的前向传递效应。(2) 生产阶段数 (传递步长、生产长度、上游度、下游度)，$(\Psi_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)})_{ij}$ 表示 i 与 j 部门之间的平均生产阶段数，或者传递步长。进一步从 Leontief 逆矩阵无穷级数展开形式来看，$(\Omega_{(4N_1+4N_2+4)\times(4N_1+4N_2+4)})_{ij}$ 表示经过 n 个阶段从 i 到 j 部门的路径的加权权重。

3.2.3 最终需求支出份额

在本研究的模型中，家庭仅消费最终产品部门产品。我们定义 $b_{(4N_1+4N_2+4)\times 1}$ 为列向量，第 i 个元素为最终需求的支出份额，即：

$$b_i = \frac{p_i c_i}{\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} p_j c_j} \tag{3.37}$$

其中，$\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} p_j c_j$ 为最终需求总支出，即支出法 GDP。由于最终需求者只对行业最终部门有需求，设定 $b_i = 0, i \neq 4N_1 + 4N_2 + 4, 4N_1 + 4N_2 + 5$。故可得到扩充的最终需求支出份额 $b_{(4N_1+4N_2+4+F)\times 1}$，且满足 $\sum_i b_i = 1$。

3.2.4 多玛份额

基于成本的多玛份额 (λ_i) 为产品部门 i 的投入支出占最终需求总支出 (或 GDP) 的比重，即为：

$$\lambda_i = \frac{p_i y_i}{\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} p_j y_j} \tag{3.38}$$

一般来说，由于产品部门 i 的总产出既作为最终需求品，又作为中间投入品，则有 $\sum_{i=1}^{4N_1+4n_2+4} \lambda_i > 1$。由经典投入产出分析方法的行向模型，经运算可知：

$$\lambda_{(4N_1+4N_2+4)\times 1} = (1-\Omega)^{-1} b_{(4N_1+4N_2+4)\times 1} \tag{3.39}$$

基于成本的外生固定供给要素部门的多马份额之和为 1，即 $\sum_{f=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \lambda_f = 1$。

3.3 二阶效应

为研究企业中技术冲击的二阶传导效应，本文借鉴 Farhi(2019) 中的嵌套 CES 生产网络的设定。标准的嵌套 CES 经济体是由元组 $(\boldsymbol{\omega}, \theta, F)$ 和一组标准化常数 $(\bar{y}, \bar{x})$ 所定义的。矩阵 $\boldsymbol{\omega}$ 是一个 $(4N_1+4N_2+5+F)\times(4N_1+4N_2+5+F)$ 矩阵，其元素为 CES 函数中份额参数 (在整个模型框架中保持不变，通过校准方法可得到该参数值，其值等于基期的直接消耗系数)。向量 θ 表示 CES 函数中 $(4N_1+4N_2+5)$ 维替代弹性系数列向量。F 为生产要素的数量 (无需投入进行生产)。$(\bar{y}, \bar{x})$ 为基期中所有生产部门的产出和中间品需求量矩阵。

(1)$(4N_1+4N_2+5)\times 1$ 个可生产部门的生产函数形式为：

$$\begin{aligned} \frac{y_i}{\bar{y_i}} &= A_i \Big(\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \omega_{ij} \left(\frac{x_{ij}}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\frac{\sigma_i-1}{\sigma_i}} \Big)^{\frac{\sigma_i}{\sigma_i-1}} \\ &\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \omega_{ij} = 1 \end{aligned} \tag{3.40}$$

其中，w_{ij} 为 CES 函数中份额参数，校准值为基期基于成本的直接消耗系数 Ω_{ij}；w_{0i} 的校准值为基准期 b_i。$\bar{x}_{ij}, \bar{y}_j$ 为基期的中间品投入和产出，A_i 为生产率水平值，基期它们的数值一般标准化为 1。x_{ij} 代表生产者 i 所使用的中间投入 j 的数量。本文模型框架中生产函数分为 3 类：第一，最终需求总产出部门 ($i=0$)。部门 0 代表最终需求部门，也就是前述的代表性家庭，可将其转化为 (2.36) 式的 CES 形式。它的生产函数为最终需求的的集合，即：$\dfrac{Y}{\bar{Y}} = \dfrac{y_0}{\bar{y_0}}$ 第二，可生产的产品部门 $i \in (1, 4N_1+4N_2)$，即前述的两个行业中的企业产成品和中间产品生产。第三，最终产品部门 $i \in (4N_1+4N_2+1, 4N_1+4N_2+4)$ 为企业最终品 $Q(h)$ 和行业最终品 $Y(h)$。

(2) 对于外生固定供给要素部门 (最后一列) 为劳动要素，不可生产，其生产函数为其禀赋，且其产出 y_l 归一化为 1：$\dfrac{y_l}{\bar{y_l}} = 1$。

(3) 产品和要素 ($0 \le j \le 4N_1+4N_2+4$) 的市场出清条件为：$y_j = \sum_{i=0}^{4N_1+4N_2+4+F} x_{ij}$。

本文模型的直接消耗系数矩阵如图 2所示：

该矩阵是 $(4N_1+4N_2+5)\times(4N_1+4N_2+5)$, 其中第一行第一列为家庭部门，即使用最终消费品 Y；接下来的 (N_1+N_2) 行 (N_1+N_2) 列为 ICT 行业和非 ICT 行业中所有企业生产的最终品，即 $Q(1,i)$ 和 $Q(2,i)$; 接下来的 (N_1+N_2+1) 列 (行) 到 $(4N_1+4N_2)$ 列 (行) 表示行业生产的中间产品，矩阵中显示为两部分，第一部分从 (N_1+N_2+1) 列 (行) 到 $(3N_1+2N_2)$ 列 (行) 表示 ICT 行业中间品生产所使用的的中间投入，即 $M(1,i,h)$ 和 $L(1,i)$，第二部分从 $(3N_1+2N_2+1)$ 列 (行) 到 $(4N_1+4N_2)$ 列 (行) 表示非 ICT 行业中间品生产所使用的中间投入，即 $M(2,i,h)$ 和 $L(2,i)$；最后的 5 行 5 列分别表示 $Q(1), Q(2), Y(1), Y(2), F$。

最后，为了方便阐述基于 CES 标准形式的结论，有必要介绍一个投入产出协方差算子，这也是后续数学推

$$
\begin{vmatrix}
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & w_{01} & w_{02} & 0 \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & w_{1(N_1+N_2+1)} & \cdots & w_{1(3N_1+2N_2)} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & w_{N_1(N_1+N_2+1)} & \cdots & w_{N_1(3N_1+2N_2)} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & w_{(N_1+1)(3N_1+2N_2+1)} & \cdots & w_{(N_1+1)(4N_1+4N_2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & w_{(N_1+N_2)(3N_1+2N_2+1)} & \cdots & w_{(N_1+2N_2)(4N_1+4N_2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & w_{(N_1+N_2+1)1} & \cdots & w_{(N_1+N_2+1)N_1} & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{(3N_1+2N_2)(4N_1+4N_2+5)} \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{(3N_1+2N_2+1)(4N_1+4N_2+5)} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \ldots & 0 & w_{(4N_1+4N_2)(N_1+1)} & \cdots & w_{(4N_1+4N_2)(N_1+N_2)} & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & w_{(4N_1+4N_2+1)1} & \cdots & w_{(4N_1+4N_2+1)N_1} & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \ldots & 0 & w_{(4N_1+4N_2+1)(N_1+1)} & \cdots & w_{(4N_1+4N_2+1)(N_1+N_2)} & 0 & \ldots & \ldots & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & w_{(4N_1+4N_2+3)(4N_1+4N_2+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & w_{(4N_1+4N_2+4)(4N_1+4N_2+2)} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{vmatrix}
$$

图 2: 直接消耗系数矩阵

导能写成紧凑显式表达式的关键处理技巧。其定义为:

$$
\begin{aligned}
Cov_{\Omega^{(k)}}(\mathbf{\Psi}_{(i)}, \mathbf{\Psi}_{(j)}) = & \sum_{m=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \mathbf{\Omega}_{km} \mathbf{\Psi}_{mi} \mathbf{\Psi}_{mj} \\
& - \left(\sum_{m=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \mathbf{\Omega}_{km} \mathbf{\Psi}_{mi} \right) \left(\sum_{m=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \mathbf{\Omega}_{km} \mathbf{\Psi}_{mj} \right)
\end{aligned}
\tag{3.41}
$$

其中,$\mathbf{\Omega}^{(k)}, \mathbf{\Psi}_{(i)}, \mathbf{\Psi}_{(j)}$ 分别表示取对应矩阵的第 k 行、第 i 列和第 j 列。这里要求 $\mathbf{\Omega}^{(k)}, \mathbf{\Psi}_{(i)}, \mathbf{\Psi}_{(j)}$ 的维度相同。由于 $\mathbf{\Omega}^{(k)}$ 的行和为 1,(2.37) 式可解释为:以 $\mathbf{\Omega}^{(k)}$ 为离散概率分布,$\mathbf{\Psi}_{(i)}$ 和 $\mathbf{\Psi}_{(j)}$ 的协方差。

3.3.1 结构模型相关命题

命题 1(生产率冲击对总产出的影响):由 Hulten(1978) 定理可知,在完全竞争的经济中,某生产部门生产率的变动对总产出的影响等于该部门的多马份额:

$$
\frac{dlogY}{dlogA_i} = \lambda_i \tag{3.42}
$$

Hulten 定理将将微观层面的生产率冲击与宏观经济的总产出相联系。通过研究微观层面的生产率变动,可以更好地理解宏观经济波动的起因和传导机制。基于 Hulten(1978) 定理,我们可以计算出总产出关于生产率冲击的一阶近似:

$$
logY \approx log\bar{Y} + \sum_{1 \le i \le 4N_1+4N_2+4} \frac{dlogY}{dlogA_i} logA_i = log\bar{Y} + \sum_{1 \le i \le 4N_1+4N_2+4} \lambda_i logA_i \tag{3.43}
$$

由于一阶级近似忽略了微观经济生产力冲击对宏观经济影响的非线性特征,如:替代品的微观经济弹性、网络联系、结构微观经济规模收益,以及要素重新分配程度,我们需要将 Hulten(1978) 定理扩展到一阶以外,以捕捉微观冲击的非线性特征:

$$
\begin{aligned}
\log Y \approx & \log \bar{Y} + \sum_{1 \le i \le 4N_1+4N_2+4} \frac{d \log Y}{d \log A_i} \log A_i + \sum_{1 \le i \le 4N_1+4N_2+4} \frac{1}{2} \frac{d^2 \log Y}{d \log A_i^2} (\log A_i)^2 \\
& + \sum_{1 \le i,j \le 4N_1+4N_2+4} \frac{1}{2} \frac{d^2 \log Y}{d \log A_j d \log A_i} \log A_i \log A_j \\
= & \log \bar{Y} + \sum_{1 \le i \le 4N_1+4N_2+4} \lambda_i \log A_i + \sum_{1 \le i \le 4N_1+4N_2+4} \frac{d\lambda_i}{d \log A_i} (\log A_i)^2 \\
& + \sum_{1 \le i,j \le 4N_1+4N_2+4} \frac{1}{2} \frac{d\lambda_i}{d \log A_j} \log A_i \log A_j
\end{aligned}
$$

为了更好地从经济逻辑上理解上式，我们只考虑一个冲击的影响。则上式的二阶近似中的交叉项可以消去，于是得到：

$$\log Y \approx \log \bar{Y} + \lambda_i \log A_i + \frac{1}{2}\frac{d\lambda_i}{d\log A_i}\left(\log A_i\right)^2 \tag{3.44}$$

为了求出上式的二阶近似，我们需要求出冲击部门的多马份额。将上述直接消耗系数矩阵中的第一列 $(i=0)$ 家庭看做最终产出，$i \in (1, 4N_1+4N_2+5)$ 代表生产投入，依次为企业生产的产成品 $Q(h,i)$、企业生产的中间投入 $M(h,i,h')$ 和 $L(h,i)$、企业最终品 $Q(h)$、行业最终品 $Y(h)$ 和劳动要素 F。从而考虑整个经济体利润最大化：

$$\max_{x_{ij},x_{im},x_{if},x_{il}} \quad p_i y_i - \sum_{j=1}^{N_1+N_2} p_j x_{ij} - \sum_{m=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} p_m x_{im} - \sum_{f=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} p_f x_{if} - \sum_{l=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} w_l x_{il}$$

其中，x_{ij} 为企业的产成品 $Q(h,i)$；x_{im} 为企业生产的中间投入 $M(h,i,h')$ 和 $L(h,i)$；x_{if} 为企业和行业的最终品 $Q(h)$ 和 $Y(h)$；x_{if} 也劳动要素投入。$p.$ 为上述投入的价格。通过求利润最大化和市场出清条件可以得到各投入部门的多马份额：

$$\begin{aligned}\lambda_h = &(\frac{p_h}{p_0})^{1-\sigma_0} w_{0j}^{\sigma_0} (\frac{A_0 \bar{y}_0}{\bar{x}_{ih}})^{\sigma_0 - 1} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_h}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ih}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\ &+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_h}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ih}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\ &+ \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_h}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{ih}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ih}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \end{aligned} \tag{3.45}$$

其中，$\lambda_h, h \in \{j,m,f,l\}$ 为上述最大化问题中企业产成品、企业生产的中间投入、最终品和劳动要素在整个生产中的多马份额。在命题 1 的基础上可通过求解生产率冲击对多马份额的影响来推导生产率冲击在整个经济系统中的二阶传导效应。

命题 2（生产率冲击对基于成本的多马份额的影响）：对于生产率冲击，基于成本的多马份额变化可由以下线性系统表示：

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k} \\ &= \sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{dlog}\lambda_g}{\mathrm{dlog}A_k}, \Psi_{(i)}\right)\end{aligned} \tag{3.46}$$

其中，把 $b_{1\times(4N_1+4N_2+4+F)}$ 放在 $\Omega^{(1)}$ 的 0 行，并记 $\Omega^{(2)} = [b_{1\times(4N_1+4N_2+4+F)}\ \Omega^{(1)}]'$，$\lambda_0 = 1$，$l \in \{4N_1+4N_2+5, ..., 4N_1+4N_2+4+F\}$,$k \in \{1,2,...,4N_1+4N_2+4\}$，写成线性方程组的形式为：

$$\frac{d\lambda_i}{dlogA_k} = \Gamma_{F\times F}\frac{dlog\lambda_l}{dlogA_k} + \delta_{\cdot k} \tag{3.47}$$

其中，$i \in \{j,m,f,l\}$，$(\delta)_{ik} = \sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j - 1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)}, \Psi_{(i)}\right)$，$\Gamma = -\sum_{j=0}^{4N_1+4N-2+4}(\sigma_j - 1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(g)}, \Psi_{(i)}\right)$。$\delta$ 称为要素份额冲击矩阵，其中第 k 列表示，在相对要素价格不变条件下，生产部门 k 的生产率冲击对 i 部门多马份额的影响。Γ 称为要素份额传递矩阵，该矩阵表示相对要素价格变化对要素份额的影响，该影响与来自于具体某个生产部门的生产率冲击无关。

从技术上，(3.46) 式包含了前向和后向的两种联系机制，这是因为从数学上 (3.46) 式的推导用到了以下 (3.48) 和 (3.48) 两个式子。一方面，价格影响的向前联系方程 (3.48) 式描述了上游的技术冲击通过降低成本方式如何影响下游部门的价格。具体来说，(3.48) 式右边第一项 $(-\Psi_{ik})$ 正好表示 k 部门正向生产率冲击导致 k 部门价格下降，由于 k 部门为其他部门提供中间品，经由中间品的投入产出网络结构联系来降低 i 部门的价格，这一机制实际上与经典投入产出价格模型一样，即某一部门价格变化对另一部门价格的影响大小为 $(-\Psi_{ik})$。(3.48)

式右边第二项 $\sum_{l=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{il}\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}$ 表示 k 部门生产率冲击导致 l 要素价格变化进而对 i 部门价格产生影响。这一项在投入产出价格模型中是没有的，正好体现了本文一般均衡模型与投入产出价格模型 (本质上是一个局部均衡框架) 的差异。另一方面，多马份额影响的后向联系方程 (3.49) 式描述了技术冲击对下游价格的影响如何通过替代效应影响外生固定的供给要素的多马份额。

$$\frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k}=-\Psi_{ik}+\sum_{l=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{il}\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k} \tag{3.48}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k}&=\frac{\mathrm{d}^2\log Y}{\mathrm{d}\log A_k\ \mathrm{d}\log A_i}=\\&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}\left(\sigma_j-1\right)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(-\frac{dlogp_l}{dlogA_k},\Psi_{(i)}\right)\end{aligned} \tag{3.49}$$

由于在本文模型假定中，ICT 行业与非 ICT 行业生产只有一种劳动要素，即 $\lambda_g=1$, 并且可以得到 $\frac{\mathrm{dlog}\lambda_g}{\mathrm{dlog}A_k}=0$，则来自不同企业的技术冲击对总产量的二阶交叉影响为：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{logY}}{\mathrm{dlog}A_k\mathrm{dlog}A_i}&=\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k}\\&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)},\Psi_{(i)}\right)\end{aligned} \tag{3.50}$$

来自相同企业的技术冲击对总产量的二阶效应为：

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{logY}}{\mathrm{d}^2\mathrm{log}A_i}&=\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_i}\\&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\lambda_j Var_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(i)}\right)\end{aligned} \tag{3.51}$$

4 低替代弹性视角下 ICT 产业冲击的生产网络传导效应

本部分旨在对 ICT 产业进行测算和数值模拟，参照《国民经济行业分类（GB/T 4754-2017)》，ICT 产业主要包括电信、计算机和其他信息技术服务业。ICT 产业可进一步分为 ICT 制造业和 ICT 服务业。ICT 制造业包括电子元器件、电脑、消费电子产品和通信设备等。ICT 服务业则包括电信、网络、软件和互联网服务等。此外，本文还参考了蔡跃洲和牛新星（2021）的研究，将新闻和广播业纳入了 ICT 产业范畴。详细的分类标准请见表 1。

本文关于中国的投入产出数据来源于国家统计局 2017-2020 的投入产出表。另外，美国和韩国的投入产出表数据分别来自于 BEA 数据库和 OECD 数据库。

关于 ICT 产业的替代弹性，鉴于已有研究关于 ICT 企业层面甚至产业层面的生产函数的替代弹性系数估计值缺乏，本文替代弹性系数的选取主要参考 Atalay（2017)、Baqaee and Farhi（2019）和 Kim et al.(2020)，将 ICT 产业中企业中间品的替代弹性设定为 $\sigma_Q=0.15$。

4.1 非线性和非对称影响

根据中国的投入产出数据，我们可以刻画命题 1 中刻画的生产率冲击对总产出的影响：由 Hulten(1978) 定理可知，在完全竞争的经济中，某生产部门生产率的变动对总产出的影响等于该部门的多马份额。同时，我们可以根据产业间投入产出关系计算出命题 2 中刻画的二阶效应。最后得到一阶效应和二阶效应加总的总产出对于 ICT 产业冲击的响应函数：

$$\log Y\approx\log\bar{Y}+\lambda_i\log A_i+\frac{1}{2}\frac{d\lambda_i}{d\log A_i}\left(\log A_i\right)^2$$

表 1: ICT 行业类别

	ID	行业
ICT 制造业	39088	计算机
	39089	通信设备
	39090	广播电视设备和雷达及配套设备
	39091	视听设备
	39092	电子元器件
	39093	其他电子设备
ICT 服务业	63121	电信
	63122	广播电视及卫星传输服务
	64123	互联网和相关服务
	65124	软件服务
	65125	信息技术服务
	86143	新闻和出版
	87144	广播、电视、电影和影视录音制作

根据图 1 所示，在没有考虑产业结构的情况下，外部技术冲击 A_i 对总产出 Y 的影响是线性的。这意味着，外部技术冲击的效应与 ICT 产业的份额成正比。多玛权重为 0.206，1% 的负向冲击带来 0.21% 的宏观影响。然而，在考虑了产业结构的情况下，外部技术冲击产生了非线性影响，总效应被放大了 14.37%；正向冲击正好相反，1% 的正向冲击带来 0.21% 的宏观影响，考虑了二阶效应后，总效应被削弱了 14.37%。这意味着当 ICT 产业面临外部负向冲击时，由于生产互补性强，下游产业生产受到较大影响，并多级传导进一步放大冲击。相反地，当 ICT 产业获得正向冲击时，其他互补生产投入的技术并没有提升，因而生产受到限制，并且通过生产网络逐级传导，进一步削弱正向冲击。

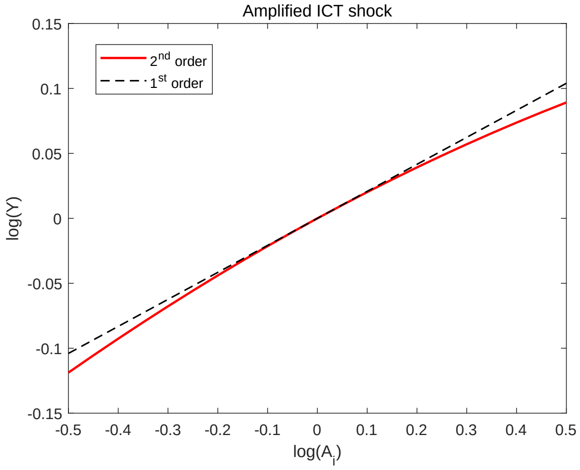


图 3: ICT 冲击（中国，2020）

通过上述分析可以发现，在替代弹性较弱和产业关联密切的情况下，不同方向上同等程度的冲击对宏观经济产生了非对称的影响，负向冲击的影响被放大，正向冲击的影响被削弱。在这样的情况下，为了应对外部冲击的问题，单一的补贴某些 ICT 企业是不够合理的做法。这虽然确实可以提高整体的生产水平，然而，由于生产的互补性较强，在其他互补品的技术并没有提升的情况下，这个正向的效应通过生产网络的传导会逐级递减。这说明，在其他相关技术不成熟的情况下，即使是大量投入资源解决部分重大的技术难题，取得的实际效果也会打折扣，这产生了“瓶颈效应”阻碍政策效果。相反，扶持和补贴数字产业是一个整体性的问题，只有整体技

术水平提高，宏观经济效率才能明显提高。

4.2 反事实分析

为了给出合理的政策建议，我们通过设置不同的 σ_Q 值，观察到以下结果：改变 σ_Q 的取值并不会对一阶效应产生影响，即外部冲击对经济的直接影响不受 σ_Q 的变化而改变。相反，二阶效应变化明显。随着 σ_Q 值的增大，二阶效应明显减弱，这说明 ICT 产业的生产网络结构对宏观经济具有非常明显的影响。较小的 σ_Q 值表示生产网络结构相对单一，当 ICT 产业受到冲击时，负面效应会通过生产网络传导并放大，导致较明显的二阶效应。而较大的 σ_Q 值则表明生产网络结构更加强健，负面冲击的传导和放大效应相对较小。因此，增加 ICT 产业的替代弹性，降低依赖程度，可以减轻外部冲击的放大效应，从而提高整体经济的韧性和稳定性。

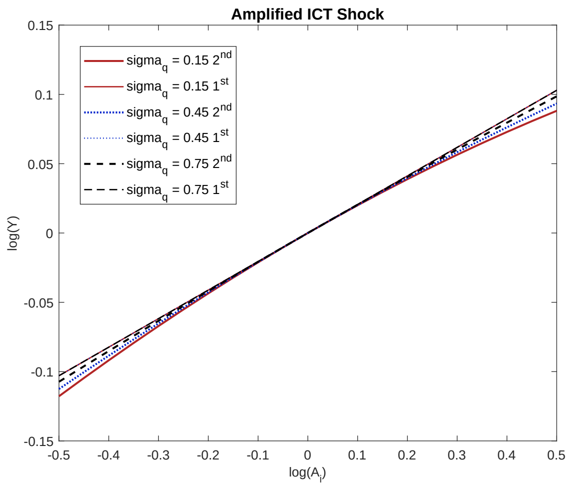


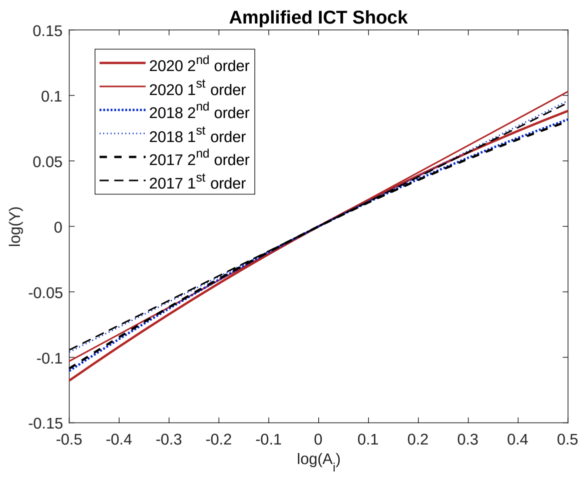
图 4: 反事实分析

4.3 进一步分析

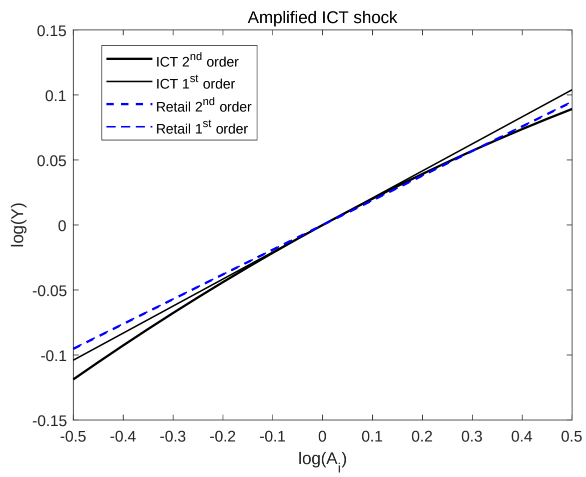
（1）基于时间维度的对比：根据图 3 显示的数据，从 2017 年到 2020 年，我国 ICT 产业的份额有逐渐增加的趋势，意味着 ICT 产业在整体经济中的重要性不断提升。由于 ICT 产业的份额增加，外部对 ICT 产业的冲击的一阶效应对经济的影响也更加明显。此外，二阶效应对负向冲击的放大效应和对正向冲击的削弱效应从 2017 年（15.02%）、2018 年（14.97%）到 2020 年（14.37%），有逐渐下降的趋势，但二阶效应相对较为明显。这种现象暗示着随着党中央对产业链安全重视程度的提高，ICT 产业链安全有所提升，但是产业链结构仍未得到明显的改善，我国 ICT 产业链的安全性仍然相对较低，脆弱性和依赖性仍较为明显。这意味着当 ICT 产业受到外部冲击时，其负面影响会通过生产网络和其他产业传导，并进一步放大。随着我国 ICT 产业的份额逐渐增加，外部冲击造成的影响将进一步增强，可能造成更加严重的宏观经济问题，表明产业链结构的改善刻不容缓。

（2）基于行业维度的对比：为了进一步说明二阶效应，我们选择了和 ICT 产业的权重接近的批发零售业（批发、零售、食品、住宿）和 ICT 产业做对比。如果没有考虑投入产出结构，根据 Hulten（1978）的研究，行业冲击对宏观经济的影响只与行业的多玛权重有关。然而，根据图 5 的结果，受到冲击后，批发零售业并没有表现出明显的二阶效应，而 ICT 行业却显示出明显的二阶效应，负向冲击被显著放大。这一结果支持了 Baquee 和 Farhi（2019）的观点，即重要产业所受影响的非线性和非对称性。尽管批发零售业和 ICT 产业的权重相近，但当它们面临冲击时，它们的响应方式是不同的。批发零售业可能具有更高的替代弹性和更灵活的供应链，使其能够相对较好地应对外部冲击，减少二阶效应的产生。相反，ICT 产业可能由于其特殊的瓶颈地位、较低的替代性和生产网络的传导机制，使得负面冲击被进一步放大，导致明显的二阶效应。

（3）基于国家维度的对比：我们对不同国家的 ICT 产业冲击做了对比，数据来源于 OECD 数据库 2018 年的投入产出数据，关于 ICT 产业的定义详见表 2。



(a) 基于时间维度的二阶效应



(b) ICT v.s. Retail

图 5: 进一步分析

表 2: ICT 产业定义（OECD）

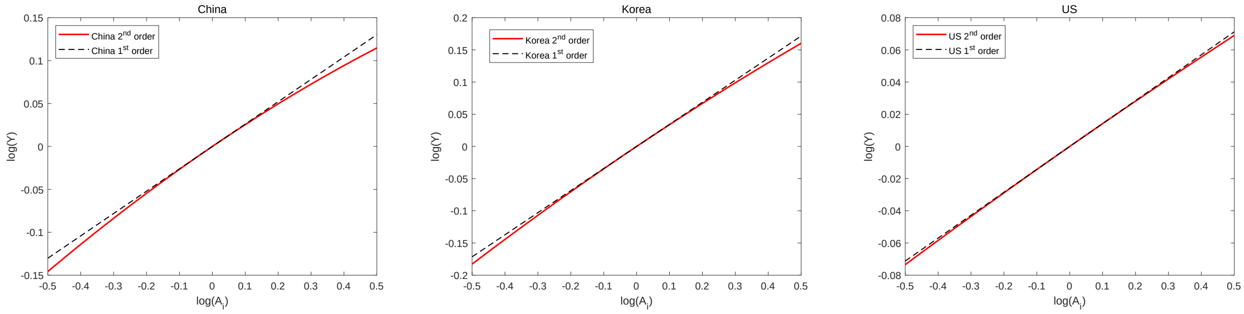
ID	Industry
26	Computer, electronic and optical equipment
27	Electrical equipment
58T60	Publishing, audiovisual and broadcasting activities
61	Telecommunications
62T63	IT and other information services

结果如图 6 所示，不论是中国、美国还是韩国，ICT 产业都受到外部技术冲击的影响，这些冲击通过生产网络和其他产业之间的紧密关联而传导。由于 ICT 产业具有通用属性和较低的替代弹性，它在生产网络中扮演着特殊的瓶颈角色，因此针对 ICT 产业的冲击将会产生非线性影响。

本节使用的 OECD 的投入产出数据测算得到的中国 ICT 产业生产率冲击的生产网络传导效应和上一节的结果类似。如图 6（a）所示，1% 的 ICT 产业生产率冲击带来 0.26% 的一阶效应，二阶效应放大了约 11.91% 的生产率冲击。可见，中国的 ICT 产业与其他产业的关联更为密切，且产业结构更加单一。这导致当中国的 ICT 部门受到负面冲击时，产生了更为明显的二阶效应，进一步放大了负向冲击的影响。因此，中国受到的负面影响相比美国而言更加显著。这也说明中国的 ICT 产业链相对较不安全，在遭受负面冲击时更容易对其他产业甚至整体宏观经济产生影响。

如图 6（b）所示，韩国的 ICT 产业对宏观经济的影响主要表现为一阶效应，约 0.34%。尽管韩国的 ICT 产业在国内占据了相当大的份额，约为 34.30%，但由于其产业链较为成熟，二阶效应放大了 6.58% 的生产率冲击，相对较小，说明其产业链的安全性较高。相比之下，美国受到的影响最小。如图 6（c）所示，ICT 产业生产率冲击的一阶效应约 0.14%，二阶效应放大了 3.15% 的生产率冲击。这是因为美国本土的 ICT 产业替代弹性较高，从而使得加总的协方差较小，表现为较小的二阶效应。这在一定程度上解释了为何中国在科创领域无法获得与美国相当的制裁能力。这一情况的原因在于，一方面，美国在先进技术方面具备了" 卡脖子能力"，另一方面，中美两国 ICT 产业的投入产出结构本身决定了制裁效果的不对等。这两方面的因素共同作用，导致中国的 ICT 产业处于被动局面，受制于他人，这与现有的实证研究结果是一致的（张志明和杜明威，2018）。

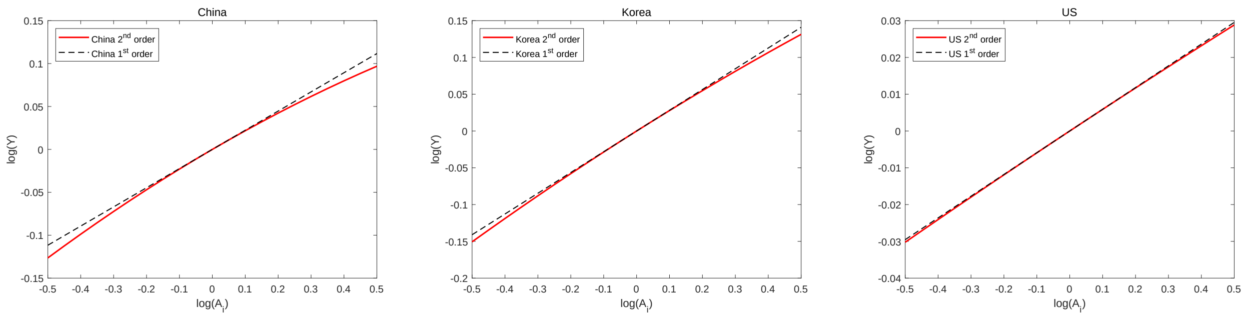
（4）狭义的 ICT 产业：我们考虑更加基础的狭义的 ICT 产业的范畴，即 ICT 制造业和通信产业。做法和上一节相同，去掉了新闻业和 ICT 服务业（ID：58T60，62T63）。结果类似：如图 7（a）所示，中国 ICT 生产率冲击的一阶效应约 0.22%，二阶效应放大了约 13.23% 的生产率冲击。如图 7（b）所示，韩国 ICT 生产率冲击的一阶效应约 0.28%，二阶效应放大了约 6.82% 的生产率冲击。如图 7（c）所示，美国 ICT 生产率冲击的



(a) 中国 (b) 韩国 (c) 美国

图 6: 不同国家 ICT 冲击对比

一阶效应约 0.06%，二阶效应放大了约 2.38% 的生产率冲击。从测算结果可以看出，中国和韩国 ICT 产业中，ICT 制造业和通信产业占比较大，而美国占比较低。另外，对中国而言，狭义的 ICT 产业受到二阶效应更加明显。说明我国 ICT 产业受到的“卡脖子问题”更多的是源自于 ICT 制造业和通信产业。



(a) 中国 (b) 韩国 (c) 美国

图 7: 狭义的 ICT 产业

我们选取国际货币基金组织（IMF）报告的 GDP 排名前 16 的国家和中国台湾对 ICT 产业生产率冲击的传导效应进行测算。结果如表 2 所示，中国及其台湾地区、墨西哥的产业链安全程度最低，印度、美国的产业链安全最高。英国、法国、西班牙等欧洲国家 ICT 产业份额和产业链安全程度接近。中国及其台湾地区、韩国、日本、德国的 ICT 产业份额最大，但是中国及其台湾地区 ICT 产业的二阶效应远远大于其他这几个 ICT 产业大国。综合来看，中国及其台湾地区的 ICT 产业链安全程度最低，面对生产率冲击最为敏感，也最容易暴露于“卡脖子问题”的风险敞口中，进而对宏观经济乃至国际政治方面产生多方位的负面影响。

5 结论

维护产业链供应链安全稳定，增强产业链供应链自主可控能力，是国家安全的重要组成部分，也是构建新发展格局的必然要求。在中美科技竞争下我国 ICT 产业链安全问题尤为突出。本文从中国 ICT 产业低的替代弹性的角度对“卡脖子问题”加以探究。本文构建了一个多部门的生产网络一般均衡模型，并推导针对 ICT 产业的生产率冲击对宏观经济的一阶效应和二阶效应，从理论上定义了 ICT 产业链安全程度。其次，本文使用中国的投入产出数据对中国 ICT 产业生产率冲击的宏观影响加以测算和拟合。结果显示，针对 ICT 产业的冲击加总到宏观层面将产生非对称的效应，负向的冲击将被放大，正向的冲击将被减弱。从时间维度上看，中国 ICT 产业链安全程度并未显著提升；从国家维度来看，中国 ICT 产业链安全程度明显弱于韩国和美国。

本文从生产网络的视角对“卡脖子问题”加以分析，为相关政策的制定提供一定启示：第一，由本文模拟结果可以较直观反映针对 ICT 产业的生产率冲击将通过生产网络加总到宏观经济，进而放大负面影响。因而有必要将维护 ICT 产业链供应链安全稳定提升到宏观经济的层面，作为国家安全和构建新发展格局的重要组成部分。第二，面对美国举全世界之力的打压，我国 ICT 产业面临严重的安全隐患。国家层面的对等制裁措施理应

表 3: ICT 产业链安全程度测算

国家	广义 ICT 产业		狭义 ICT 产业	
	一阶效应	二阶效应	一阶效应	二阶效应
美国	0.14%	3.51%	0.06%	2.38%
中国	0.26%	11.91%	0.22%	13.23%
日本	0.18%	4.11%	0.12%	3.67%
德国	0.16%	6.72%	0.09%	4.48%
印度	0.14%	1.28%	0.06%	2.36%
英国	0.14%	3.89%	0.05%	2.30%
法国	0.13%	3.86%	0.05%	3.40%
俄罗斯	0.07%	6.81%	0.05%	5.56%
加拿大	0.10%	4.81%	0.04%	3.70%
意大利	0.12%	4.84%	0.06%	4.44%
巴西	0.10%	4.10%	0.06%	4.74%
澳大利亚	0.10%	5.56%	0.04%	4.98%
韩国	0.34%	6.58%	0.28%	6.82%
墨西哥	0.13%	10.52%	0.12%	11.49%
西班牙	0.10%	4.08%	0.05%	3.92%
印度尼西亚	0.09%	4.16%	0.07%	3.68%
中国台湾	0.48%	10.30%	0.45%	10.48%

加大力度，但是由于美国 ICT 产业链安全性较高，应当在策略层面考虑对其薄弱环节，也就是替代弹性较低的环节加以打击，以取得四两拨千斤的效果。第三，为了防止“卡脖子问题”和应对断链风险，建议加大对 ICT 龙头企业技术、人才、市场、资金等方面的支持，并发挥新型举国体制优势，大力组织对关键核心技术攻关，提高自主创新能力，加强核心技术和知识产权的控制。同时，未雨绸缪，推动 ICT 龙头企业建立备份机制，提高 ICT 产品的替代弹性，以增强 ICT 产业链和宏观经济的安全性。第四，由于 ICT 产业在生产网络中的特殊地位，对 ICT 产业的正向补贴将由于生产投入的互补性而被削弱，导致补贴和制裁所形成的生产率冲击的宏观效应不对等。因此，在攻关关键核心技术的同时，也应当对 ICT 产业采取多角度、多层次、多维度的整体性的扶持策略，将其作为优化产业结构的契机。

参考文献

[1]Acemoglu D, Carvalho V M, Ozdaglar A, et al. The network origins of aggregate fluctuations[J]. Econometrica, 2012, 80(5): 1977-2016.

[2]Atalay E. How important are sectoral shocks?[J]. American Economic Journal: Macroeconomics, 2017, 9(4): 254-280.

[3]Baqaee D R, Farhi E. The macroeconomic impact of microeconomic shocks: Beyond Hulten’s theorem[J]. Econometrica, 2019, 87(4): 1155-1203.

[4]Benitez J, Llorens J, Braojos J. How information technology influences opportunity exploration and exploitation firm’s capabilities[J]. Information and Management, 2018, 55(4): 508-523.

[5]Berg A, Buffie E F, Zanna L F. Should we fear the robot revolution?(The correct answer is yes)[J]. Journal of Monetary Economics, 2018, 97: 117-148.

[6]Brynjolfsson E, Hitt L M. Beyond computation: Information technology, organizational transformation and business performance[J]. Journal of Economic perspectives, 2000, 14(4): 23-48.

[7]Cardona M, Kretschmer T, Strobel T. ICT and productivity: conclusions from the empirical literature[J]. Information Economics and policy, 2013, 25(3): 109-125.

[8]Foerster A T, Sarte P D G, Watson M W. Sectoral versus aggregate shocks: A structural factor analysis of industrial production[J]. Journal of Political Economy, 2011, 119(1): 1-38.

[9]Gabaix X. The granular origins of aggregate fluctuations[J]. Econometrica, 2011, 79(3): 733-772.

[10]Hulten C R. Growth accounting with intermediate inputs[J]. The Review of Economic Studies, 1978, 45(3): 511-518.

[11]Hwang W S, Shin J. ICT-specific technological change and economic growth in Korea[J]. Telecommunications Policy, 2017, 41(4): 282-294.

[12]Jorgenson D W. Information technology and the US economy[J]. American Economic Review, 2001, 91(1): 1-32.

[13]Jorgenson D W, Ho M S, Stiroh K J. A retrospective look at the US productivity growth resurgence[J]. Journal of Economic perspectives, 2008, 22(1): 3-24.

[14]Li D, Chen Y, Miao J. Does ICT create a new driving force for manufacturing?—Evidence from Chinese manufacturing firms[J]. Telecommunications Policy, 2022, 46(1): 102229.

[15]Liao H, Wang B, Li B, et al. ICT as a general-purpose technology: The productivity of ICT in the United States revisited[J]. Information Economics and Policy, 2016, 36: 10-25.

[16]Liu E. Industrial policies in production networks[J]. The Quarterly Journal of Economics, 2019, 134(4): 1883-1948.

[17]Long Jr J B, Plosser C I. Real business cycles[J]. Journal of political Economy, 1983, 91(1): 39-69.

[18]Michaels G, Natraj A, Van Reenen J. Has ICT polarized skill demand? Evidence from eleven countries over twenty-five years[J]. Review of Economics and Statistics, 2014, 96(1): 60-77.

[19]Niebel T. ICT and economic growth – Comparing developing, emerging and developed countries[J]. World Development, 2018, 104: 197-211.

[20]Ren S, Hao Y, Xu L, et al. Digitalization and energy: How does internet development affect China's energy consumption?[J]. Energy Economics, 2021, 98: 105220.

[21]Shiu A, Lam P L. Causal relationship between telecommunications and economic growth in China and its regions[J]. Regional Studies, 2008, 42(5): 705-718.

[22]Yeo Y, Hwang W S, Lee J D. The shrinking middle: exploring the nexus between information and communication technology, growth, and inequality[J]. Technological and Economic Development of Economy, 2023, 29(3): 874–901-874–901.

[23]Zhong M R, Cao M Y, Zou H. The carbon reduction effect of ICT: A perspective of factor substitution[J]. Technological Forecasting and Social Change, 2022, 181: 121754.

[24] 蔡跃洲, 陈楠. 新技术革命下人工智能与高质量增长、高质量就业 [J]. 数量经济技术经济研究,2019,36(05):3-22.

[25] 蔡跃洲, 牛新星. 中国数字经济增加值规模测算及结构分析 [J]. 中国社会科学,2021,No.311(11):4-30+204.

[26] 蔡跃洲, 张钧南. 信息通信技术对中国经济增长的替代效应与渗透效应 [J]. 经济研究,2015,50(12):100-114.

[27] 陈晓红, 李杨扬, 宋丽洁等. 数字经济理论体系与研究展望 [J]. 管理世界,2022,38(02):208-224+13-16.

[28] 樊雪梅, 卢梦媛. 新冠疫情下汽车企业供应链韧性影响因素及评价 [J]. 工业技术经济,2020,39(10):21-28.

[29] 郭凯明. 人工智能发展、产业结构转型升级与劳动收入份额变动 [J]. 管理世界,2019,35(07):60-77+202-203.

[30] 郭美晨, 杜传忠.ICT 提升中国经济增长质量的机理与效应分析 [J]. 统计研究,2019,36(03):3-16.

[31] 寇宗来, 孙瑞. 技术断供与自主创新激励：纵向结构的视角 [J]. 经济研究,2023,58(02):57-73.

[32] 李跟强, 潘文卿. 中美贸易摩擦、全球价值链分工与福利效应 [J]. 统计研究,2022,39(01):75-90.

[33] 李天健, 赵学军. 新中国保障产业链供应链安全的探索 [J]. 管理世界,2022,38(09):31-41.

[34] 吕越, 邓利静. 着力提升产业链供应链韧性与安全水平——以中国汽车产业链为例的测度及分析 [J]. 国际贸易问题,2023,No.482(02):1-19.

[35] 倪红福, 田野. 新发展格局下中国产业链升级和价值链重构 [J].China Economist,2021,16(05):72-102.

[36] 倪红福. 中国间接税的效率损失——基于中国生产网络结构一般均衡模型方法 [J]. 管理世界,2022,38(05):36-75.

[37] 盛朝迅. 新发展格局下推动产业链供应链安全稳定发展的思路与策略 [J]. 改革,2021(02):1-13.

[38] 徐翔, 赵墨非. 数据资本与经济增长路径 [J]. 经济研究,2020,55(10):38-54.

[39] 许启凡, 邹甘娜, 甘行琼. 财政投资、5G 产业与经济增长 [J]. 改革,2022,No.342(08):123-140.

[40] 张杰, 陈容. 中国产业链供应链安全的风险研判与维护策略 [J]. 改革,2022(04):12-20.

[41] 张其仔, 许明. 实施产业链供应链现代化导向型产业政策的目标指向与重要举措 [J]. 改革,2022,No.341(07):82-93.

[42] 张志明, 杜明威. 全球价值链视角下中美贸易摩擦的非对称贸易效应——基于 MRIO 模型的分析 [J]. 数量经济技术经济研究,2018,35(12):22-39.

[43] 赵瑞娜, 倪红福. 全球价值链重构的经济效应——兼论中美经贸摩擦的影响 [J]. 中国流通经济,2020,34(05):48-61.

U.S.-China Technological Competition and Industrial Chain Security: A Perspective from Production Networks

WANG Bin HE Jinling WANG Hang

Summary: In the context of U.S.-China competition, the Chinese government report further emphasizes the critical nature of industrial chain security. This study establishes a comprehensive multisector equilibrium model of production networks, delving into the primary and secondary consequences of exogenous technological shocks on the macroeconomy within the realm of the ICT (Information and Communication Technology) sector, while considering conditions of limited substitution elasticity. Moreover, this article conceptually delineates the resilience and security thresholds inherent to industry supply chains. To augment its analysis, the research employs China's input-output data for intricate numerical simulations. The outcomes of these simulations underscore that when the substitution elasticity between products and other intermediate inputs in China's ICT sector falls below 1, the secondary effect is correspondingly reduced to below 0. Notably, a mere 1% shock to the ICT industry elicits a modest 0.21% macroeconomic impact. Taking into account the industrial composition, external technological shocks evoke nonlinear second-order effects, amplifying adverse impacts by 14.37%, while tempering positive impacts by the same proportion. By channeling attention to the intricate web of production networks, this research introduces a fresh standpoint to enrich the comprehension of the bottleneck predicament.

Keywords:Production network; ICT; Elasticity of substitution; Second-order effect

JEL Classification：E23，L16，L52

附录

将投入产出矩阵中的各部分 (最终产出，中间品，企业生产，要素) 看作企业生产，则考虑利润最大化：

$$\max_{x_{ij},x_{im},x_{if},x_{il}} \quad p_i y_i - \sum_{j=1}^{N_1+N_2} p_j x_{ij} - \sum_{m=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} p_m x_{im} - \sum_{f=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} p_f x_{if} - \sum_{l=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} w_l x_{il}$$

相应的一阶条件为：

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_{ij}} = p_i \frac{\partial y_i}{\partial x_{ij}} - p_j = 0 \tag{5.1}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_{im}} = p_i \frac{\partial y_i}{\partial x_{im}} - p_m = 0 \tag{5.2}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_{if}} = p_i \frac{\partial y_i}{\partial x_{if}} - p_f = 0 \tag{5.3}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_{il}} = p_i \frac{\partial y_i}{\partial x_{il}} - p_l = 0 \tag{5.4}$$

由公式**??**可分别计算出 $\frac{\partial y_i}{\partial x_{ij}}, \frac{\partial y_i}{\partial x_{im}}, \frac{\partial y_i}{\partial x_{if}}, \frac{\partial y_i}{\partial x_{il}}$，带入上述一阶条件可分别计算出 $x_{ij}, x_{im}, x_{if}, x_{il}$:

$$x_{ij} = (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i - 1} y_i \tag{5.5}$$

$$x_{im} = (\frac{p_i}{p_m})^{\sigma_i} w_{im}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} y_i \tag{5.6}$$

$$x_{if} = (\frac{p_i}{p_f})^{\sigma_i} w_{if}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i - 1} y_i \tag{5.7}$$

$$x_{il} = (\frac{p_i}{p_l})^{\sigma_i} w_{il}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i - 1} y_i \tag{5.8}$$

由市场出清条件可知：

$$\begin{aligned}
& j \in (0, N_1 + N_2), \quad y_j = \sum_{i=0}^{4N_1+4N_2+4} x_{ij} \\
&= x_{0j} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} x_{ij} + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} x_{ij} + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} x_{ij} \\
&= (\frac{p_0}{p_j})^{\sigma_0} w_{0j}^{\sigma_0} (\frac{A_0 \bar{y}_0}{\bar{x}_{0j}})^{\sigma_0 - 1} y_0 + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i - 1} y_i \\
&+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i - 1} y_i \\
&+ \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i - 1} y_i
\end{aligned} \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}
& m \in (N_1 + N_2 + 1, 4N_1 + 4N_2), \quad y_m = \sum_{i=0}^{4N_1+4N_2+4} x_{im} \\
&= x_{0m} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} x_{im} + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} x_{im} + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} x_{im} \\
&= (\frac{p_0}{p_m})^{\sigma_0} w_{0m}^{\sigma_0} (\frac{A_0 \bar{y}_0}{\bar{x}_{0m}})^{\sigma_0 - 1} y_0 + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_i}{p_m})^{\sigma_i} w_{im}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} y_i \\
&+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_i}{p_m})^{\sigma_i} w_{im}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} y_i \\
&+ \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_i}{p_m})^{\sigma_i} w_{im}^{\sigma_i} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} y_i
\end{aligned} \tag{5.10}$$

$$
\begin{aligned}
&f \in (4N_1+4N_2+1, 4N_1+4N_2+4), \quad y_f = \sum_{i=0}^{4N_1+4N_2+4} x_{if} \\
&= x_{0f} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} x_{if} + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} x_{if} + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} x_{if} \\
&= (\frac{p_0}{p_f})^{\sigma_0} w_{0f}^{\sigma_0} (\frac{A_0\bar{y}_0}{\bar{x}_{0f}})^{\sigma_0-1} y_0 + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_i}{p_f})^{\sigma_i} w_{if}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i-1} y_i \\
&+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_i}{p_f})^{\sigma_i} w_{if}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i-1} y_i \\
&+ \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_i}{p_f})^{\sigma_i} w_{if}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i-1} y_i
\end{aligned} \tag{5.11}
$$

$$
\begin{aligned}
&l \in (4N_1+4N_2+5, 4N_1+4N_2+F), \quad y_f = \sum_{i=0}^{4N_1+4N_2+4} x_{il} \\
&= x_{0l} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} x_{il} + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} x_{il} + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} x_{il} \\
&= (\frac{p_0}{p_l})^{\sigma_0} w_{0l}^{\sigma_0} (\frac{A_0\bar{y}_0}{\bar{x}_{0l}})^{\sigma_0-1} y_0 + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_i}{p_l})^{\sigma_i} w_{il}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i-1} y_i \\
&+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_i}{p_l})^{\sigma_i} w_{il}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i-1} y_i \\
&+ \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_i}{p_l})^{\sigma_i} w_{il}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i-1} y_i
\end{aligned} \tag{5.12}
$$

(求多玛权重)：对于 y_j, 两边同时乘以 $\frac{p_i}{p_0y_0}$; 对于 y_m, 两边同时乘以 $\frac{p_m}{p_0y_0}$; 对于 y_f, 两边同时乘以 $\frac{p_f}{p_0y_0}$; 对于 y_l, 两边同时乘以 $\frac{w_l}{p_0y_0}$, 可得：

$$
\begin{aligned}
\frac{p_jy_j}{p_0y_0} &= (\frac{p_0}{p_j})^{\sigma_0} w_{0j} (\frac{A_0\bar{y}_0}{\bar{x}_{0j}})^{\sigma_0-1} \frac{p_j}{p_0} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i-1} \frac{p_j}{p_i} \frac{p_iy_i}{p_0y_0} \\
&+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i-1} \frac{p_j}{p_i} \frac{p_iy_i}{p_0y_0} + \\
&\sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_i}{p_j})^{\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i-1} \frac{p_iy_i}{p_0y_0}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_j &= (\frac{p_j}{p_0})^{1-\sigma_0} w_{0j}^{\sigma_0} (\frac{A_0\bar{y}_0}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_0-1} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_j}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i-1} \lambda_i \\
&+ \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_j}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i-1} \lambda_i \\
&+ \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_j}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{ij}^{\sigma_i} (\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}})^{\sigma_i-1} \lambda_i
\end{aligned} \tag{5.13}
$$

同理，可以分别求出 $\lambda_m, \lambda_f, \lambda_l$:

$$\begin{aligned}
\lambda_m = & (\frac{p_m}{p_0})^{1-\sigma_0} w_{0m}^{\sigma_0} (\frac{A_0 \bar{y}_0}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_m}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{im}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_i m})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\
& + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_m}{p_i})^(1-\sigma_i) w_{im}^{\sigma_0} w_{im}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\
& + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_m}{p_i})^(1-\sigma_i) w_{im}^{\sigma_0} w_{im}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{im}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i
\end{aligned} \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_f = & (\frac{p_f}{p_0})^{1-\sigma_0} w_{0f}^{\sigma_0} (\frac{A_0 \bar{y}_0}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i - 1} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_f}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{if}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\
& + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_f}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{if}^{\sigma_0} w_{if}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\
& + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_f}{p_i})^(1-\sigma_i) w_{if}^{\sigma_0} w_{if}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{if}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i
\end{aligned} \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_l = & (\frac{p_l}{p_0})^{1-\sigma_0} w_{0l}^{\sigma_0} (\frac{A_0 \bar{y}_0}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i - 1} + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} (\frac{p_l}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{il}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\
& + \sum_{i=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} (\frac{p_l}{p_i})^{1-\sigma_i} w_{il}^{\sigma_0} w_{il}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i \\
& + \sum_{i=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} (\frac{p_l}{p_i})^(1-\sigma_i) w_{il}^{\sigma_0} w_{il}^{\sigma_0} (\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{il}})^{\sigma_i - 1} \lambda_i
\end{aligned} \tag{5.16}$$

由 Hulten(1978) 定理可知：在完全竞争的经济中，总生产率等于技术领域微观经济变化的多玛加权总和:

$$\frac{\mathrm{d} \log Y}{\mathrm{d} \log A_i} = \lambda_i \tag{5.17}$$

(求二阶效应)：将上述求得的多玛权重分别对 $\log A_k$ 求导，以 λ_j 为例：

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\lambda_j}{\mathrm{d}\log A_k}=(1-\sigma_0)\left(\frac{p_j}{p_0}\right)^{-\sigma_0}\frac{1}{p_0}\omega_{0j}^{\theta_0}\left(\frac{A_0\bar{y}_0}{\bar{x}_{0j}}\right)^{\sigma_0-1}\frac{\mathrm{d}p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\
&+\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}\left\{(1-\sigma_j)\left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{-\sigma_j}\frac{\frac{\mathrm{d}p_j}{\mathrm{d}\log A_k}p_i-\frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}\log A_k}p_j}{p_i^2}\omega_{ij}^{\sigma_i}\left(\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i-1}\lambda_i\right.\\
&+\left[(\sigma_i-1)\left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{1-\sigma_i}\omega_{ij}^{\sigma_i}\left(\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i-1}\lambda_i\right]\mathbf{1}(j=k)\\
&\left.+\left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{1-\sigma_i}\omega_{ij}^{\sigma_i}\left(\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i-1}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{dlog}\,A_k}\right\}\\
&=(1-\sigma_0)\left(\frac{p_j}{p_0}\right)^{1-\sigma_0}\omega_{0j}^{\sigma_0}\left(\frac{A_0\bar{y}_0}{\bar{x}_{0j}}\right)^{\sigma_0-1}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{dlog}\,A_k}\\
&+\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}\left\{(1-\sigma_i)\left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{1-\sigma_i}\omega_{ij}^{\sigma_i}\left(\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i-1}\lambda_i\left[\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}-\frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k}\right]\right.\\
&+\left[(\sigma_k-1)\left(\frac{p_j}{p_k}\right)^{1-\sigma_k}\omega_{ki}^{\sigma_k}\left(\frac{A_k\bar{y}_k}{\bar{x}_{ki}}\right)^{\sigma_k-1}\lambda_k\right]\\
&\left.+\left(\frac{p_j}{p_i}\right)^{1-\sigma_j}\omega_{ij}^{\sigma_i}\left(\frac{A_i\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i-1}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{dlog}\,A_k}\right\}
\end{aligned}
$$

通过需求函数 (2.7-2.10) 和均衡状态下 $A_i=1$ 可将上述式子进一步化简。均衡状态下，产品生产中间投入占总投入的权重 $w_{ij},w_{im},w_{if},w_{il}$ 分别如下所示：

$$
\begin{aligned}
\bar{x}_{ij}&=\left(\frac{p_i}{p_j}\right)^{\sigma_i}\omega_{ij}^{\sigma_i}\left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i-1}\bar{y}_i &&\Rightarrow\omega_{ij}&&=\frac{p_j\bar{x}_{ij}}{p_i\bar{y}_i}=\mathbf{\Omega}_{ij}\\
\bar{x}_{im}&=\left(\frac{p_i}{p_m}\right)^{\sigma_i}\omega_{im}^{\sigma_i}\left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{x}_{im}}\right)^{\sigma_i-1}\bar{y}_i &&\Rightarrow\omega_{im}&&=\frac{p_m\bar{x}_{im}}{p_i\bar{y}_i}=\mathbf{\Omega}_{im}\\
\bar{x}_{if}&=\left(\frac{p_i}{p_f}\right)^{\sigma_i}\omega_{if}^{\sigma_i}\left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{x}_{if}}\right)^{\sigma_i-1}\bar{y}_i &&\Rightarrow\omega_{if}&&=\frac{p_f\bar{x}_{if}}{p_i\bar{y}_i}=\mathbf{\Omega}_{if}\\
\bar{x}_{il}&=\left(\frac{p_i}{p_l}\right)^{\sigma_i}\omega_{il}^{\sigma_i}\left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{x}_{il}}\right)^{\sigma_i-1}\bar{y}_i &&\Rightarrow\omega_{il}&&=\frac{p_l\bar{x}_{il}}{p_i\bar{y}_i}=\mathbf{\Omega}_{il}
\end{aligned}
$$

上述二阶效应的式子可化简为：

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\lambda_j}{\log\mathrm{A}_k}=(1-\sigma_0)\,w_{0j}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\
&+\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}\left\{(1-\sigma_i)\,w_{ij}\lambda_i\left[\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log\mathrm{A}_k}-\frac{\mathrm{d}\log\mathrm{p}_i}{\mathrm{d}\log\mathrm{A}_k}\right]\right.\\
&\left.+\left[(\sigma_k-1)\,w_{kj}\lambda_k\right]+w_{ij}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log\mathrm{A}_k}\right\}
\end{aligned}
$$

上述式子的经济学含义：企业部门的技术冲击对总产出的二阶影响可以转化为企业部门技术冲击对部门生产份额的影响，该影响不仅与价格系统对技术冲击的反映有关，还与中间投入份额对技术冲击的反应有关。将上式

移项重新组合为：

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\lambda_j}{\log \mathrm{A}_k}-\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4} w_{ij}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}\\
&=(1-\sigma_0)\,w_{0j}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\
&+\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}\left\{(1-\sigma_i)\,w_{ij}\lambda_i\left[\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}-\frac{\mathrm{d}\log \mathrm{p}_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}\right]\right.\\
&\left.+\left[(\sigma_k-1)\,w_{kj}\lambda_k\right]+w_{ij}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}\right\}
\end{aligned}
\tag{5.18}
$$

将上述式子等号右边的部分定义为 G_j^k, 该部分反映了价格系统对冲击的反映。故整个经济体中技术冲击的二阶效应可表示为：

$$
\begin{aligned}
&j\in(0,N_1+N_2),\\
&\frac{\mathrm{d}\lambda_j}{\log \mathrm{A}_k}-\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4} w_{ij}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}=G_j^k
\end{aligned}
\tag{5.19}
$$

$$
\begin{aligned}
&m\in(N_1+N_2+1,4N_1+4N_2),\\
&\frac{\mathrm{d}\lambda_m}{\log \mathrm{A}_k}-\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4} w_{im}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}=G_m^k
\end{aligned}
\tag{5.20}
$$

$$
\begin{aligned}
&f\in(4N_1+4N_2+1,4N_1+4N_2+4),\\
&\frac{\mathrm{d}\lambda_f}{\log \mathrm{A}_k}-\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4} w_{if}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}=G_f^k
\end{aligned}
\tag{5.21}
$$

$$
\begin{aligned}
&l\in(4N_1+4N_2+5,4N_1+4N_2+F),\\
&\frac{\mathrm{d}\lambda_l}{\log \mathrm{A}_k}-\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4} w_{il}\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}=G_l^k
\end{aligned}
\tag{5.22}
$$

结合 (2.22-2.25)，可将上述式子写为如下矩阵：

$$
\left(\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\mathit{\Omega}_1{}'&0&0&0\\\mathit{\Omega}_2'&0&0&0\\\mathit{\Omega}_3'&0&0&0\\\mathit{\Omega}_4'&0&0&0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}\lambda_j}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}\\\frac{\mathrm{d}\lambda_m}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\lambda_f}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\lambda_l}{\mathrm{d}\log A_k}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G_j^k\\G_m^k\\G_f^k\\G_l^k\end{bmatrix}
$$

接下来不在区分 λ 和 G，上式可以简写为：

$$
(1-\Omega')\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\log A_k}=G^k \tag{5.23}
$$

将上述系统转置并求逆得到：

$$
\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\log A_k}=G^{k\prime}\,(1-\Omega)^{-1}=G^{k\prime}\mathit{\Psi} \tag{5.24}
$$

其中 $\mathit{\Psi}$ 为里昂惕夫逆矩阵，定义：

$$
\mathit{\Psi}=(1-\Omega)^{-1}=1+\Omega+\Omega^2+\Omega^3+... \tag{5.25}
$$

可以认为是定义了一个加权有向图，里昂惕夫逆矩阵中第 ij 个元素可以解释为企业 i 生产对企业 j 提供要素的依赖程度，同时考虑到了与企业 i 的直接和间接连接。

因此，对于任何 $0 \leq i \leq 4N_1+4N_2+4+F$, 都有：

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{dlog}\, A_k} &= \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} G_m^k \boldsymbol{\Psi}_{mi} \\
&= \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \left\{ (1-\theta_0)\,\omega_{0m} \frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k} \right. \\
&+ \left. \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} \left[(1-\theta_j)\,\omega_{jm}\lambda_j \left(\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{dlog}\, A_k} - \frac{\mathrm{dlog} p_j}{\mathrm{d}\log A_k} \right) + (\theta_k - 1)\,\omega_{km}\lambda_k \right] \right\} \boldsymbol{\Psi}_{mi}
\end{aligned}
\tag{5.26}
$$

(价格系统) 现在, 讨论价格系统如何对技术冲击作出反应。已知 $\lambda_i Y = p_i y_i$, 即企业 i 的总收入等于该企业的总支出。

$$
\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\log(p_i y_i)}{\mathrm{d}\log A_k} = \frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k} + \frac{\mathrm{d}\log y_i}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k} \\
&= \sum_{j=0}^{N_1+N_2} \frac{\mathrm{d}\log(p_i y_i)}{\mathrm{d}\log p_j}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k} + \sum_{m=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} \frac{\mathrm{d}\log(p_i y_i)}{\mathrm{d}\log p_m}\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k} \\
&+ \sum_{f=4N_1+4N_4+1}^{4N_1+4N_2+4} \frac{\mathrm{d}\log(p_i y_i)}{\mathrm{d}\log p_f}\frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k} + \sum_{l=4N_1+4N_2+4+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \frac{\mathrm{d}\log(p_i y_i)}{\mathrm{d}\log p_l}\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k} \\
&= \frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k} + \mathbf{1}\,(i=k) \\
&= \sum_{j=0}^{N_1+N_2} \frac{p_j}{p_i y_i} x_{ij} \frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k} + \sum_{m=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_2} \frac{p_m}{p_i y_i} x_{im} \frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k} \\
&+ \sum_{f=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4} \frac{p_f}{p_i y_i} x_{if} \frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k} + \sum_{l=4N_1+4N_4+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \frac{p_l}{p_i y_i} x_{il} \frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}
\end{aligned}
\tag{5.27}
$$

上述第一个等号的含义是将企业的技术冲击对企业产出的影响转化为企业冲击对经济体中所有企业价格的变动影响，价格变动进而影响企业的产出。第二个等号中的 $\mathbf{1}$ 是 y_i 对 A_i 求导得到，第三个等号根据谢泼德引理得出。

进一步化简之前，引入任何状态下，产品生产中间投入占总投入的权重 $\Omega_{ij}, \Omega_{im}, \Omega_{if}, \Omega_{il}$, 因此前面求得的均衡状态下的权重可视为此处求得权重的特殊情况。将需求函数重新变形：

$$
\begin{aligned}
&\frac{x_{ij}}{y_i} = \left(\frac{p_i}{p_j}\right) w_{ij}^{\sigma_i} \left(\frac{A_i \bar{y}_i}{\bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i - 1} \rightrightarrows \frac{p_j x_{ij}}{p_i y_i} \\
&= \left(\frac{p_i}{p_j}\right)^{\sigma_i - 1} w_{ij}^{\sigma_i} A_i^{\sigma_i - 1} \left(\frac{\bar{p}_i \bar{y}_i}{\bar{p}_j \bar{x}_{ij}}\right)^{\sigma_i - 1} \left(\frac{\bar{p}_j}{\bar{p}_i}\right)^{\sigma_i - 1} \\
&\rightrightarrows \mathit{\Omega}_{ij} = \left[\frac{\left(\frac{p_j}{\bar{p}_j}\right)}{\frac{A_i p_i}{\bar{p}_i}}\right]^{1-\sigma_i} w_{ij}
\end{aligned}
\tag{5.28}
$$

同理，可以得到：

$$
\mathit{\Omega}_{im} = \left[\frac{\left(\frac{p_m}{\bar{p}_m}\right)}{\frac{A_i p_i}{\bar{p}_i}}\right]^{1-\sigma_i} w_{im}
\tag{5.29}
$$

$$\Omega_{if}=\left[\frac{\left(\frac{p_f}{\bar{p}_f}\right)}{\frac{A_i p_i}{\bar{p}_i}}\right]^{1-\sigma_i} w_{if} \tag{5.30}$$

$$\Omega_{il}=\left[\frac{\left(\frac{p_l}{\bar{p}_l}\right)}{\frac{A_i p_i}{\bar{p}_i}}\right]^{1-\sigma_i} w_{il} \tag{5.31}$$

定义了 $\Omega_{ij},\Omega_{im},\Omega_{if},\Omega_{il}$，式子 5.27可进一步化简为：

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k}-\sum_{j=0}^{N_1+N_2}\Omega_{ij}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}-\sum_{m=N_1+N_2+1}^{4N_1+4N_4}\Omega_{im}\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log \mathrm{A}_k}\\&-\sum_{f=4N_1+4N_2+1}^{4N_1+4N_2+4}\Omega_{if}\frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k}=-1\,(i=k)+\sum_{l=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{il}\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}\end{aligned} \tag{5.32}$$

写为矩阵形式如下：

$$\left(\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Omega_1&\Omega_2&\Omega_3&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\left.\begin{matrix}-1\,(j)\\-1\,(m)\\-1\,(f)\end{matrix}\right\}(i=k)\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&0&\Omega_4\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1-\Omega_1)^{-1}&(1-\Omega_1)^{-1}\Omega_2&(1-\Omega_1)^{-1}\Omega_3&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\left.\begin{matrix}-1\,(j)\\-1\,(m)\\-1\,(f)\end{matrix}\right\}(i=k)\\0\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}0&0&0&(1-\Omega_1)^{-1}\Omega_4\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}\log p_j}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_m}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_f}{\mathrm{d}\log A_k}\\\frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k}\end{bmatrix}$$

由式子 5.25里昂惕夫逆矩阵 $(1-\Omega)^{-1}$ 的定义可知：

$$\begin{bmatrix}\Psi_1&\Psi_2&\Psi_3&\Psi_4\end{bmatrix}=\left(\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\Omega_1&\Omega_2&\Omega_3&\Omega_4\\0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}\right)^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix}(1-\Omega_1)^{-1}&(1-\Omega_2)^{-1}\Omega_2&(1-\Omega_1)^{-1}\Omega_3&(1-\Omega_1)^{-1}\Omega_4\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

故价格系统 5.32中技术冲击对价格的影响可以用技术冲击对非生产要素价格的影响来表示：

$$\frac{\mathrm{d}\log p_i}{\mathrm{d}\log A_k} = -\Psi_{ik} + \sum_{l=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{il} \frac{\mathrm{d}\log p_l}{\mathrm{d}\log A_k} \tag{5.33}$$

接下来进一步简化，用到了以下几点：

$$\Psi = (1-\Omega)^{-1} \tag{5.34}$$

$$\Psi = \Omega\Psi + I \tag{5.35}$$

$$\Psi_{ij} = \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{im}\Psi_{mj} + 1(i=j) \tag{5.36}$$

$$\Psi_{0j} = \lambda_j = \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m}\Psi_{mj} \tag{5.37}$$

定义：投入产出协方差算子：

$$\begin{aligned} Cov_{\Omega^{(k)}}(\boldsymbol{\Psi}_{(i)}, \boldsymbol{\Psi}_{(j)}) = & \sum_{m=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Omega}_{km}\boldsymbol{\Psi}_{mi}\boldsymbol{\Psi}_{mj} \\ & - \left(\sum_{m=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Omega}_{km}\boldsymbol{\Psi}_{mi}\right)\left(\sum_{m=1}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Omega}_{km}\boldsymbol{\Psi}_{mj}\right) \end{aligned} \tag{5.38}$$

It is the covariance between the ith and jth column of the Lenonitief inverse using the kth row of the input-output matrix as the distribution.

经济学含义 (我的理解)：第 k 种产品生产所使用的要素投入 (投入产出矩阵中)i 和 j 权重的协方差 (反映相关性或替代性)。

现在将式子 5.33带入 5.26中，可以得到：

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k} = & \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \left\{ (1-\sigma_0)\,\boldsymbol{\Omega}_{0m} \left[-\boldsymbol{\Psi}_{mk} + \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Psi}_{mg} \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right] \right. \\ & + \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (1-\sigma_j)\,\boldsymbol{\Omega}_{jm}\lambda_j \left[-\boldsymbol{\Psi}_{mk} + \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+F} \boldsymbol{\Psi}_{mg} \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right. \\ & \left. \left. + \boldsymbol{\Psi}_{jk} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Psi}_{jg} \frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{dlog}A_k} \right] + (\sigma_k - 1)\,\boldsymbol{\Omega}_{km}\lambda_k \right\} \boldsymbol{\Psi}_{mi} \\ = & \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} (1-\sigma_0)\,\boldsymbol{\Omega}_{0m} \left[-\boldsymbol{\Psi}_{mk} + \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Psi}_{mg} \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right] \boldsymbol{\Psi}_{mi} \\ & + \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (1-\sigma_j)\,\boldsymbol{\Omega}_{jm}\lambda_j \left[-\boldsymbol{\Psi}_{mk} + \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Psi}_{mg} \frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right. \\ & \left. + \boldsymbol{\Psi}_{jk} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Psi}_{jg} \frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right] \boldsymbol{\Psi}_{mi} + \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} (\sigma_k - 1)\,\boldsymbol{\Omega}_{km}\lambda_k\boldsymbol{\Psi}_{mi} \\ = & \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} (1-\sigma_0)\,\boldsymbol{\Omega}_{0m} \left[-\boldsymbol{\Psi}_{mk} + \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Psi}_{mg} \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right] \boldsymbol{\Psi}_{mi} \\ & + \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\,\lambda_j \left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Omega}_{jm}\boldsymbol{\Psi}_{mk}\boldsymbol{\Psi}_{mi} - \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \boldsymbol{\Omega}_{jm}\boldsymbol{\Psi}_{jg}\boldsymbol{\Psi}_{mi} \right] \end{aligned}$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(1-\sigma_j\right)\lambda_j\left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\left(\mathbf{\Psi}_{mg}-\mathbf{\Psi}_{jg}\right)\frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right]$$

$$+\left(\sigma_k-1\right)\lambda_k\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{km}\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$=\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\left(1-\sigma_0\right)\mathbf{\Omega}_{0m}\left[-\mathbf{\Psi}_{mk}+\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Psi}_{mg}\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right]\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(\sigma_j-1\right)\lambda_j\left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\mathbf{\Psi}_{mk}\mathbf{\Psi}_{mi}\right.$$

$$\left.-\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\right)\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\mathbf{\Psi}_{mk}+1\left(j=k\right)\right)\right]$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(1-\sigma_j\right)\lambda_j\left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\left(\mathbf{\Psi}_{mg}-\mathbf{\Psi}_{jg}\right)\frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right]$$

$$+\left(\sigma_k-1\right)\lambda_k\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{km}\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$=\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\left(1-\sigma_0\right)\mathbf{\Omega}_{0m}\left[-\mathbf{\Psi}_{mk}+\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Psi}_{mg}\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right]\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(\sigma_j-1\right)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\mathbf{\Psi}_{(k)},\mathbf{\Psi}_{(i)}\right)$$

$$-\left(\sigma_k-1\right)\lambda_k\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{km}\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(1-\sigma_j\right)\lambda_j\left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+F}\left(\mathbf{\Psi}_{mg}-\mathbf{\Psi}_{jg}\right)\frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\mathbf{\Psi}_{mi}\right]$$

$$+\left(\sigma_k-1\right)\lambda_k\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{km}\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$=\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\left(1-\sigma_0\right)\mathbf{\Omega}_{0m}\left[-\mathbf{\Psi}_{mk}+\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+F}\mathbf{\Psi}_{mg}\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right]\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(\sigma_j-1\right)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\mathbf{\Psi}_{(k)},\mathbf{\Psi}_{(i)}\right)$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(1-\sigma_j\right)\lambda_j\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\mathbf{\Psi}_{mi}\mathbf{\Psi}_{mg}\right.$$

$$\left.-\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\mathbf{\Psi}_{mi}\right)\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Omega}_{jm}\mathbf{\Psi}_{mg}\right)\right]\frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k}$$

$$=\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\left(1-\sigma_0\right)\mathbf{\Omega}_{0m}\left[-\mathbf{\Psi}_{mk}+\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\mathbf{\Psi}_{mg}\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right]\mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(\sigma_j-1\right)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\mathbf{\Psi}_{(k)},\mathbf{\Psi}_{(i)}\right)$$

$$+\sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4}\left(1-\sigma_j\right)\lambda_j\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}Cov_{\Omega^{(j)}}(\Psi_{(g)},\Psi_{(i)})\frac{\mathrm{dlog}p_g}{\mathrm{d}\log A_k}$$

$$= \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} (1-\sigma_0)\, \mathbf{\Omega}_{0m} \left[-\mathbf{\Psi}_{mk} + \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+F} \mathbf{\Psi}_{mg} \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right] \mathbf{\Psi}_{mi}$$

$$+ \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\, \lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}} \left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{dlog} p_g}{\mathrm{d}\log A_k}, \Psi_{(i)} \right)$$

$$= (\sigma_0 - 1) \left\{ \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mk} \Psi_{mi} - \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mk} \right) \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mi} \right) \right.$$

$$+ \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mk} \right) \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mi} \right)$$

$$- \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mg} \Psi_{mi} - \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mg} \right) \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mi} \right) \right.$$

$$\left. \left. + \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mg} \right) \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mi} \right) \right] \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right\}$$

$$+ \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\, \lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}} \left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{dlog} p_g}{\mathrm{d}\log A_k}, \Psi_{(i)} \right)$$

$$= (\sigma_0 - 1) \left\{ Cov_{\Omega^{(0)}}(\Psi_{(k)}, \Psi_{(i)}) - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} Cov_{\Omega^{(0)}}(\Psi_{(g)}, \Psi_{(i)}) \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right.$$

$$+ \sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Psi_{mi} \left[\sum_{m=0}^{4N_1+4N-2+4+F} \Omega_{0m} \Omega_{mk} \right.$$

$$\left. \left. \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F} \Omega_{0m} \Omega_{mg} \right) \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right] \right\}$$

$$+ \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\, \lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}} \left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{dlog} p_g}{\mathrm{d}\log A_k}, \Psi_{(i)} \right)$$

$$= (\sigma_0 - 1) Cov_{\Omega^{(0)}} \left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}, \Psi_{(i)} \right)$$

$$+ (\sigma_0 - 1) \lambda_i \left(\lambda_k - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \lambda_g \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right)$$

$$+ \sum_{j=1}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\, \lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}} \left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{dlog} p_g}{\mathrm{d}\log A_k}, \Psi_{(i)} \right)$$

$$= \sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4} (\sigma_j - 1)\, \lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}} \left(\Psi_{(k)} - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \Psi_{(g)} \frac{\mathrm{dlog} p_g}{\mathrm{d}\log A_k}, \Psi_{(i)} \right)$$

$$+ (\sigma_0 - 1) \lambda_i \left(\lambda_k - \sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F} \lambda_g \frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k} \right)$$

因此，我们得到：

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k}=\frac{\mathrm{d}^2\log Y}{\mathrm{d}\log A_k\ \mathrm{d}\log A_i}= \\
&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\,\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)}-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{(g)}\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k},\Psi_{(i)}\right) \\
&+(\sigma_0-1)\lambda_i\left(\lambda_k-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right)
\end{aligned}\tag{5.39}$$

当市场达到均衡时，总支出等于总产出，且完全竞争时企业的均衡收益为 0：

$$\begin{aligned}
&Y=\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}p_ic_i=\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}p_g\bar{l}_g+\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}\pi_i \\
&\pi_i=p_iy_i-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}p_g\bar{l}_g-\sum_{i=1}^{4N_1+4N_2+4}p_jx_{ij}
\end{aligned}$$

故当市场均衡时，可以得到：

$$\begin{aligned}
&Y=\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}p_g\bar{l}_g\rightrightarrows\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\frac{p_g\bar{l}_g}{Y}=1 \\
&=\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g=1 \\
&\rightrightarrows\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g\frac{\mathrm{d}\log\lambda_g}{\mathrm{d}\log A_k}=\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\frac{\mathrm{d}\lambda_g}{\mathrm{d}\log A_k}=0
\end{aligned}\tag{5.40}$$

由于 $p_gy_g=\lambda_gY$, 可以得到 (将 y_g(劳动要素产出) 归一化为 1)：

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}=\frac{\mathrm{d}\log(\lambda_gY)}{\mathrm{d}\log A_k}=\frac{\mathrm{d}\log\lambda_g}{\mathrm{d}\log A_k}+\frac{\mathrm{d}\log Y}{\mathrm{d}\log A_k} \\
&\rightrightarrows\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}=\lambda_k+\frac{\mathrm{d}\log\lambda_g}{\mathrm{d}\log A_k}
\end{aligned}\tag{5.41}$$

根据式子 5.40和式子 5.41, 可以得到：

$$\begin{aligned}
&\lambda_k-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g\frac{\mathrm{d}\log p_g}{\mathrm{d}\log A_k}=\lambda_k-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g\left(\lambda_k+\frac{\mathrm{d}\log\lambda_g}{\mathrm{d}\log A_k}\right) \\
&=\lambda_k-\lambda_k\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\lambda_g\frac{\mathrm{d}\log\lambda_g}{\mathrm{d}\log A_k} \\
&=0
\end{aligned}\tag{5.42}$$

将式子 5.41和式子 5.42带入式子 5.39中，进一步化简为：

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k}=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\Big\{\Psi_{(k)}-\\
&\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{(g)}\left(\lambda_k+\frac{\mathrm{dlog}\lambda_g}{\mathrm{dlog}A_k}\right),\Psi_{(i)}\Big\}\\
&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_0-1)\lambda_j\Big\{Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)}-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{(g)}\frac{\mathrm{dlog}\lambda_f}{\mathrm{dlog}A_k},\Psi_{(i)}\right)\\
&-Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{(g)}\lambda_k,\Psi_{(i)}\right)\Big\}
\end{aligned}\tag{5.43}$$

又因为我们可以得到：

$$\begin{aligned}
&Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{(g)}\lambda_k,\Psi_{(i)}\right)\\
&=\lambda_k\left\{\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\Psi_{mi}\Psi_{mg}-\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\Psi_{mi}\right)\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\Psi_{mg}\right)\right\}\\
&=\lambda_k\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\Psi_{mi}\left[\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{mg}-\left(\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\Psi_{mg}\right)\right]\\
&=\lambda_k\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\Psi_{mi}\left[\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{mg}\left(1-\sum_{m=0}^{4N_1+4N_2+4+F}\Omega_{jm}\right)\right]\\
&=0
\end{aligned}\tag{5.44}$$

将式子 5.44带入式子 5.43可得：

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k}\\
&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)}-\sum_{g=4N_1+4N_2+5}^{4N_1+4N_2+4+F}\Psi_{(g)}\frac{\mathrm{dlog}\lambda_g}{\mathrm{dlog}A_k},\Psi_{(i)}\right)
\end{aligned}\tag{5.45}$$

由于在本模型假定中，ICT 行业与非 ICT 行业生产只有一种劳动要素，即 $\lambda_g=1$, 并且可以得到 $\frac{\mathrm{dlog}\lambda_g}{\mathrm{dlog}A_k}=0$，则企业的技术冲击对总产量的二阶影响为：

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{logY}}{\mathrm{dlog}A_k\mathrm{dlog}A_i}=\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_k}\\
&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\lambda_j Cov_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(k)},\Psi_{(i)}\right)
\end{aligned}\tag{5.46}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{logY}}{\mathrm{d}^2\mathrm{log}A_i}=\frac{\mathrm{d}\lambda_i}{\mathrm{d}\log A_i}\\
&=\sum_{j=0}^{4N_1+4N_2+4}(\sigma_j-1)\lambda_j Var_{\Omega^{(j)}}\left(\Psi_{(i)}\right)
\end{aligned}\tag{5.47}$$